

# **Menús combinatorios en el consumo y las escaleras transitivas**

**José VILLACÍS GONZÁLEZ**  
Universidad San Pablo-CEU  
Madrid

**Resumen:** En nuestra consideración el consumidor puro se guía por el instinto del placer, y para lograrlo utiliza su inteligencia. En el experimento aislamos el egoísmo de las otras variables como la filantropía, etc. pero siempre se utilizará la inteligencia de la cual, el rasgo más determinante es la propiedad transitiva.

Surge el problema de la medición de la utilidad. No es posible medirla ni tampoco compararla con las mismas utilidades que otros o los mismos bienes han generado en el sujeto, y por supuesto no es posible comparar la(s) utilidad(es) entre diferentes sujetos

**Abstract:** In our view the pure consumer is driven by the pleasure principle, to satisfy which he used his intelligence. In the experiment we isolate self-interest from other variables such as philanthropy, etc, while at all times respecting intelligence, the main indicator of which is transferable property.

The difficulty arises in measuring utility. In fact utility can neither be measured against nor compared with the equivalent utilities of others or with that which the same goods hold for the subject. And, naturally, there is no means of comparing it with the utilities of different subjects.

**Palabras clave:** Combinación, transitivo, permutaciones, lote, menús, elección, escaleras, puzzle. JEL: B 21, C 73, C 81, D 01.

**Keywords:** Combination, transitive, permutation, allocation, menu, choice, ladder, puzzle. JEL: B 21, C 73, C 81, D 01.

**Sumario:**

- I. Introducción.**
- II. Actores y bienes.**
- III. Inventario: el lote del universo inicial.**
- IV. La estructura de los conjuntos combinatorios.**
- V. El número de combinaciones.**
- VI. El límite de combinatoria.**
- VII. Primeras deducciones.**
- VIII. Inventario subjetivo.**
- IX. Un tratamiento del azar en las combinaciones.**
- X. Menús fragmentados.**
- XI. Las variaciones con repetición.**
- XII. Las utilidades y la saturación en las permutaciones con repetición.**
- XIII. Menús y números de consumidores.**
- XIV. La elección social de los menús.**
- XV. Los puzzles.**
- XVI. La construcción dinámica de los puzzles.**
- XVII. Puzzles: regresivos y progresivos.**
- XVIII. Desorden dinámico: entropía.**
- XIX. Bibliografía.**

**Recibido: marzo de 2011.**

**Aceptado: mayo de 2011.**

## **I. INTRODUCCIÓN**

Dos áreas ocupan este artículo: La primera trata la idea de que la utilidad esencialmente depende de la forma es que estén colocados y dispuestos los bienes para el consumo: esto es, la forma de combinarlos. De aquí resulta un número cardinal que indica el número de combinaciones posibles. Y desde ese número cardinal resulta una vertebración ordinal y transitiva y que resulta de la comparación o preferencias.

La segunda resulta del tratamiento de un consumidor que, *caeteribus paribus*, funciona haciendo trabajar su inteligencia hacia el placer.

Consideramos a un sujeto racional y hedonista que dispone de un conjunto de bienes para su consumo, derivando de tal acción un placer. Siempre estará guiado exclusivamente por esta orientación o brújula intelectual y biológica.

Son datos de este trabajo el conjunto de los bienes al que llamaremos lote o universo de bienes, sin que nos preocupe la forma o cuánto ha costado adquirirlos. Lo que realmente importa es la forma en que se puede consumir, siendo esta forma la manera en que se puede consumir en el sentido que la teoría matemática combinatoria enseña. Todos los bienes se consumirán y no habrá ninguno que no se consuma ni tampoco ningún bien que no forme parte del lote o universo de bienes.

Cada combinación de bienes, sin que ninguno se repita, que viene informada por las permutaciones ordinarias, se representa por un conjunto. La suma de todos los conjuntos está contabilizada por el total de la suma de las permutaciones ordinarias.

## **II. ACTORES Y BIENES**

El protagonista del acto del consumo es el consumidor que actúa libremente. La libertad implica que él es el único testigo de su placer, aunque este no se pueda medir, y que las utilidades o placer de otros no influyen en la utilidad de nuestro consumidor. Representa que en cada episodio el sujeto

recibe una cantidad determinada de bienes que se llama lote o universo de bienes y actúa agrupando bienes y estableciendo un orden de mayor a menor en el sentido ordinal y no cardinal. Dicha actuación es doble.

La primera es conocer la naturaleza y el número de bienes. La segunda combinar los bienes de todas las formas posibles sin que en ninguna combinación se repita siquiera dos veces un bien, ni tampoco dos conjuntos de bienes.

La libertad representa que el sujeto no es obligado por ningún ogro filantrópico a elegir una combinación especial. Tampoco es esclavo de sus propias costumbres. Esto significa que cada nueva experiencia es libre de las ataduras cognitivas y placenteras de las elecciones pasadas.

Otras personas, sea cual sea el grado de sabiduría, no influirán en las elecciones del consumidor. Por todo ello el sujeto no puede medir el placer y lo único que puede hacer es elegir las combinaciones que mejor le interesen.

### **III. INVENTARIO: EL LOTE DEL UNIVERSO INICIAL**

Llamamos lote al conjunto de bienes que recibe el consumidor para su ordenación o combinación, para su consumo. No habrá posibilidades de que entren otros bienes ni que se eliminen para su consumo bienes no incluidos en el lote.

Indicaremos unas características sobre la cantidad y naturaleza de los bienes. Estas características son necesarias para nuestra forma de argumentar. Estos son:

1. Composición de los bienes:
  - 1.1. Los bienes no se fraccionan. De lo contrario entrarían nuevas cantidades de bienes en el número de combinaciones, aunque sean fracciones. Los números son naturales y enteros.
  - 1.2. Por lo tanto los bienes son números enteros positivos.
2. Los bienes son privados, lo que quiere decir que son rivales en el consumo. Esta rivalidad significa que el consumo de un bien excluye el consumo de ese bien por otra persona.
3. Descartamos perturbaciones aleatorias que intervengan tanto en la formación de grupos combinatorios ni tampoco en la elección. A esta realidad la llamaríamos como principio del lote simple.

4. Los bienes son números.
5. Los bienes del lote son finitos.
6. Por definición en este trabajo, todos los bienes intervienen en todas las combinaciones de las permutaciones ordinarias.

*Observación:* el término de combinación que utilizamos se refiere exclusivamente a las ordenaciones de tipo siguiente: todas las formas en que se pueden ordenar  $n$  elementos sin que ninguno de ellos se repita.

#### IV. LA ESTRUCTURA DE LOS CONJUNTOS COMBINATORIOS

Estudiaremos la agrupación posible de los bienes. Los bienes que forman el lote son objeto de agrupamientos en conjuntos siendo cada uno de ellos diferentes en el sentido combinatorio y de la utilidad.

A cada combinación de bienes le llamamos *menú*. Por lo tanto habrá tantos menús como grupos combinatorios haya. Durante la vida de los menús se manifiestan dos hechos esenciales:

1. La formación de grupos ordenados de formas diferentes.
2. La formación de cadenas transitivas de preferencias. Por ejemplo si sopa y filete es el grupo A, y filete y café es el conjunto B, si el primer conjunto es preferido al segundo decimos que APB, siendo la letra **P** preferido a otra combinación.
3. Después de la tarea segunda tarea se establece la cadena de preferencias.
4. Una vez establecida la cadena de preferencias se elige la mejor o la primera de todas. A ese grupo combinatorio le llamamos el *menú óptimo*. Por lo tanto, el fin que se persigue es el menú óptimo, el cual viene definido por una ordenación-combinación específica, tal que es preferida a todas las demás.

La labor previa a la elección del menú óptimo consiste en construir menús los cuales vienen representados por todas las combinaciones posibles sin que ninguno de ellos se repita, de modo que habrá que calcular todas las combinaciones posibles observables y que vienen manifestadas por las permutaciones ordinarias.

*Comentario:* es posible considerar a cada combinación de bienes como un bien ya que genera una utilidad y por tanto habrá tantos bienes como combinaciones haya.

5. Una vez realizadas las combinaciones de bienes o sea una vez elaborados los menús, se establece, como se ha indicado, unos criterios transitivos de preferencias. En otras palabras, saltamos desde el criterio cardinal o numérico determinado por el número de menús posibles, al criterio ordinal que establece la ordenación de menor a mayor o de mayor a menor de preferencia entre ellos. Como ya se ha advertido no debe haber ni siquiera dos ordenaciones iguales, lo que quiere decir que todas determinan criterios de preferencia distintos.

## V. EL NÚMERO DE LAS COMBINACIONES

El término de ordenación tiene un mismo significado en matemáticas y en economía. Consiste en agrupar los elementos de un conjunto, en economía los bienes del lote o universo de bienes.

Podemos definirlo, tanto en matemáticas como en economía, a todas las permutaciones ordinarias. Su definición es la siguiente: dado un conjunto A de n elementos, en nuestro caso bienes, de orden n, a cada una de las ordenaciones (menús) en la que figuren todos los elementos de A sin que ninguna se repita.

En consecuencia si queremos formar los menús, o sea combinar los bienes, y contar a todos, debemos calcular a la permutación ordinaria que se puede formar con n bienes.

Esta se define como el producto de los n primeros números naturales y que se representa por:

$$P_n = n (n-1) (n-2) \dots 1.$$

$$P_n = n!$$

Concluimos que todas las ordenaciones posibles, esto es, todas las formas de combinar los n bienes, será el mismo número que los menús se puedan formar. Si hubiera 6 bienes, el número de menús que se podrían contar será:  $6! = 6.5.4.3.2.1 = 720$ .

Con todos esos menús el consumidor establecerá una cadena de preferencias transitivas, siendo la primera elección, la que le corresponde al menú óptimo.

## VI. EL LÍMITE DE LA COMBINATORIA

Hemos partido de la base que todos los bienes con que cuenta el sujeto para maximizar la utilidad se encuentran en el lote y que son  $n$  bienes. Por otra parte hemos contabilizado todos los menús posibles y que son  $n!$

Se entiende que los bienes se definen como tales porque son deseados, o sea, porque satisfacen una necesidad y porque son escasos. Esta es una definición esencial o básica en economía. Ahora bien, si esa definición es obvia, lo es tanto considerar que todos los menús son deseados, y si algunos no lo son, no entran en la contabilidad de  $n!$ .

En otras palabras, en líneas anteriores hemos llegado a admitir que cada combinación de bienes, representa un bien o equivale a un bien. Si esto es así habrá tantos bienes como lo representa  $n!$ .

¿Pero que ocurre si existe una combinación que se rechaza? Es posible admitir que los elementos del lote sean bienes económicos, pero no tiene porque serlo *necesariamente* que todas las combinaciones lo sean. Por ejemplo si los elementos *simples* del lote son (sin tener en cuenta la combinación): aceitunas, vino, sopa, filete, postre, café y cigarrillo. Es posible que la combinación que empiece por el café y después por el cigarrillo, y después por el postre, sea siempre desagradable, aunque las otras combinaciones formadas por el resto de los bienes sean gratas o útiles.

Suponiendo que sean  $n'$  las combinaciones no deseadas ¿Cuál sería el número de combinaciones que aseguraría que por lo menos siempre serían deseables? Sería  $n! - n' = m$ .

## VII. PRIMERAS DEDUCCIONES

Podemos apreciar las siguientes conclusiones en la escalera transitiva de acuerdo con nuestras anteriores afirmaciones:

1. Cada menú define a un peldaño en la escalera transitiva.
2. De acuerdo con los criterios de preferencia cada peldaño viene referenciado con los demás peldaños anteriores o superiores.
3. El número de peldaños estará medido por  $n! - 1$ .
4. En la escalera siempre se cumple la propiedad transitiva.

## VIII. INVENTARIO SUBJETIVO

Una teoría combinatoria de utilidad indiferenciada debe contar en todos sus puntos las ventajas netas. Dichas ventajas vienen representadas por la diferencia entre las utilidades generadas y los sacrificios imputados, ninguno de los cuales se pueden contar.

Las ventajas vienen representadas por los utilidades generadas teóricamente por cada menú y en particular por el primer menú o menú óptimo o último peldaño superior de la escalera. Los sacrificios se representan por la tarea doble de elaborar todos los menús o sea confeccionar todos los menús, por una parte, y por otra por la tarea de colocación u ordenación de menor a mayor, o de mayor o menor, dichos menús. Dichos sacrificios carecen de magnitud numérica o sea que no se cuentan o contabilizan.

La diferencia entre las utilidades generadas y los sacrificios, son las ventajas netas. Esta es una información complementaria para dar contenido a las utilidades netas.

Cuando contamos los menús estamos contando el número de utilidades netas posibles y en modo alguno la magnitud de cada utilidad que no es susceptible de ser medida.

## IX. UN TRATAMIENTO DEL AZAR EN LAS COMBINACIONES

Inicialmente la posibilidad de obtener el menú óptimo mediante el sistema de probabilidades consiste en establecer un experimento aleatorio. Puesto que todos los menús posibles son  $n!$ , la probabilidad de obtener uno, por ejemplo: el menú óptimo en un experimento aleatorio, será el que establece la siguiente fórmula:

$$P = 1/n!$$

El hecho de preferir implica el conocimiento racional de tres realidades. Primero conocer todos los bienes del lote. Segundo la agrupación en formas de la combinación específica. Tercera establecer la escalera de preferencias. Esta última será siempre un conocimiento inductivo.

Frente a la actividad racional de preferir se encuentra el azar. Trataremos de demostrar en este apartado cuál es el adecuado para lograr con seguridad el menú óptimo: la preferencia o el azar. Se desea saber si conviene al consumidor

realizar todas las actividades relacionadas con los menús, y además, la elección del menú óptimo o menú mejor, o bien dejarlo todo al azar. El primer caso, el racional derivado de las preferencias, ya se ha estudiado. Falta el segundo: el azar.

Hay tres formas de tratar el azar:

1. *Tirar* todos los  $n$  bienes encima de un tapete uno a uno sin que ninguno de ellos se repita de forma que su colocación sea totalmente aleatoria. Podríamos considerar bolas de papel que lleven cada uno escrito el bien y colocarlas en  $n$  huecos un número de veces igual a  $n!$ . De esta forma es posible, aunque poco probable, que haya  $n!$  resultados diferentes. Es muy probable que haya uno o más de resultados iguales. En general dependerá del número de bienes los cuales determinan el número de *tiradas*. A medida que aumenten el número de bienes habrá mayor probabilidades que alguno se repita. En el caso de que haya pocos bienes, por ejemplo 2, habrá pocas tiradas en las que se repita el mismo número de sucesos. En este caso como máximo habrá 2, o sea  $2! = 2 \cdot 1 = 2$ .

Esta parte quiere decir que se cuenta con las probabilidades de que uno o más menús se repitan. Las agrupaciones formadas o menús, serán los menús aleatorios, que como se ha indicado no tienen que coincidir con los menús racionales.

Por tanto existe la posibilidad de que dos menús determinen un mismo nivel de utilidad, o sea que haya dos o más *peldaños* de la escalera en el mismo nivel.

A partir de este punto suponemos en este apartado, que con los menús conseguidos, el sujeto elegirá racionalmente. Queremos decir que con los menús aleatorios se los clasifica u ordena con criterios de preferencia.

Desde aquí el sujeto establecerá el menú óptimo aleatorio, que no tiene necesariamente que ser igual al menú óptimo racional que hemos visto en apartados anteriores.

2. Independiente de las del apartado anterior (1°). Nuestro experimento consiste en *tirar* en un tapete todos los menús, o sea todas las combinaciones, una a una, para que en el sentido temporal que vayan apareciendo se elija el menú mejor, el segundo mejor, etc.. Por ejemplo, se asignan unas papeletas en cada una de las cuales habrá un menú *distinto* en cada papeleta. Se asignará un criterio ordinal de preferencias según vayan apareciendo. En este sentido será el menú mejor a la primera que aparezca en la primera tirada, será el segundo mejor el que aparezca en la segunda tirada.

La cuestión que se plantea es saber si los menús aleatorios coincidirán con los menús racionales de tipo preferencial. No tiene por qué ser necesariamente así

3. La tercera posibilidad del azar es la combinación de la expuesta en los dos apartados anteriores: Primero se agrupan aleatoriamente los bienes y se forman los menús aleatorios. Una vez formados estos menús se juegan o se ordenan aleatoriamente estos menús mediante tiradas en las que juega el azar.

Podemos establecer cualquiera de estas tres posibilidades de juego o juego aleatorio y comparar dichas posibilidades con la reales de las racionales que nacen de las preferenciales, o totalmente lógicas. Analicemos cada caso, no sin antes considerar que la formación de menús racionales en las elecciones transitivas suponen un trabajo-sacrificio pero que siempre, y al final, la seguridad de obtener el menú óptimo, significarán unas ventajas o utilidades netas.

En los siguientes apartados realizaremos una extensión de los apartados anteriores comparándolos con situaciones de elección racional.

Caso primero.- Si se forman menús de forma aleatoria, esto es *empaquetando al azar*, o estrictamente hablando, formando grupos u ordenaciones, habrá la posibilidad de que exista más de un menú igual a otro, y de que también jamás se forme un menú óptimo.

Por el contrario, en el caso racional de menús no aleatorios expuestos en apartados anteriores la formación de menús asegurará siempre que todos los menús sean diferentes. En consecuencia la ordenación de menor a mayor o de mayor a menor, garantiza la obtención del menú óptimo. Luego queda demostrado que la confección racional de los menús es preferida al azar.

Caso segundo.- Una vez agrupados los bienes racionalmente y por tanto confeccionados los menús, la probabilidad de que en cada experimento aleatorio surja el menú óptimo es escasa porque es un quebrado cuyo nominador es la unidad y el denominador todos las combinaciones posibles: Como hemos visto sería la probabilidad =  $1/n!$ . Nada de esto ocurriría en el caso de las elecciones racionales.

Caso tercero.- Cada elección azarosa, que permita el agrupamiento de bienes (caso primero), al que se incorpora el caso segundo: elección aleatoria entre los menús aleatorios, es una situación extrema de probabilidades. Primero es posible que haya dos o más menús iguales, y además que ninguno entre todos

sea el menú óptimo. Luego es muy poco probable que el menú aleatorio tirado o experimentado aleatoriamente sea el óptimo. Por el contrario en el caso de las elecciones racionales, de principio a fin, se garantiza no solamente el menú óptimo sino además la sucesión de los segundos, terceros, enésimos mejores.

Queda demostrado que casi siempre es preferible la actividad racional, o sea transitiva como garantía de la existencia de los menús mejores. Decimos *casi* por se excluye el caso de un solo bien y de un menú formado por un solo bien.

## X. MENÚS FRAGMENTADOS

En este apartado tratamos a las variaciones ordinarias o sin repetición. Tratamos el caso de que se formen menús con una serie de bienes dentro del lote y que no sean todos los bienes del lote. O sea que estableceremos la forma de ordenar o de agrupar un grupo de bienes con las siguientes características: ordenaciones formada por grupos diversos: monarias, binarias, ternarias, enésimas. De estos bienes del lote, vemos una parte de los elementos de un conjunto, pero nunca todos, y además no se repiten ningún elemento en cada ordenación.

En consecuencia decimos que cada ordenación de elementos, o sea bienes, que no son todos los bienes, definen un menú distinto y que, puesto que en cada uno de estos menús no entran todo el universo del lote, decimos que son menús parciales.

Podemos argumentar que: *dado un conjunto (el lote de m elementos), se llaman variaciones ordinarias o sin repetición de orden n, a cada una de los ordenaciones que se pueden formar con n elementos del conjunto A, sin que se repita ninguno de ellos.*

El número de este tipo de variaciones viene representada por la siguiente fórmula:

$$V_{m,n} = m ( m-1 ) (m-2) (m-n + 1 )$$

Estos son el número de menús parciales que se pueden confeccionar.

Ahora bien, ¿en función de qué criterios podremos establecer los menús? o ¿sea cuáles son los bienes que debemos elegir? Para ello debemos establecer una elección previa de bienes preferidos entre todos los bienes del menú, y después confeccionar los menús ordinarios en las variaciones ordinarias. En

la primera elección no tiene porque cumplirse la propiedad transitiva, ya que basta con que se nominen y elijan los candidatos que van a entrar en este tipo de variaciones. Después se realizarán los agrupamientos.

Si a un consumidor se le pregunta cuál menú parcial prefiere consumir, habría que pensar que aquí entrarían los criterios cuantitativos o contables que antes casi habíamos despreciado, y por supuesto, los ordinales. Esto quiere decir que siempre será preferible que haya más bienes que menos. Una vez escogido más bienes, estos serán agrupados de formas diversas y después contados para saber cuántos menús habrá que ordenar transitivamente.

## XI. LAS VARIACIONES CON REPETICIÓN

Buscamos los menús parciales como en el caso anterior, pero se diferencian en el caso de que pueden repetirse los bienes en cada agrupación. Si seguimos el argumento de las utilidades marginales decrecientes habría que pensar que los menús parciales con repetición generarán menos utilidades de aquellos que carecen de repetición. En otras palabras, la repetición de los bienes en cada agrupación, pondrá en evidencia la cercanía a la saturación.

Y, puesto que evitamos en este trabajo la medición de la utilidad, o la dimensión subjetiva en pro de las actuaciones manifestadas por las preferencias, podemos realizar observaciones.

Antes debemos definir a las variaciones con repetición. Dado un conjunto A de m elementos se llaman variaciones con repetición de orden n a cada una de las operaciones que se pueden formar con n elementos del conjunto A estando repetidos alguno o algunos de ellos.

La cantidad de ordenaciones que podemos formar es:

$$VR_{m,n} = m^n$$

De acuerdo con esta definición se puede afirmar que en los menús parciales podrá repetirse uno o varios bienes, y que el volumen de estos, de menús parciales con repetición, son mayores en cantidad que los que se pueden formar con los menús parciales en los que no haya repetición:  $V_{m,n}$ .

$$V_{m,n} < VR_{m,n}$$

Las variaciones ordinarias de orden  $n$  sin repetición son cuantitativamente inferiores a aquellas en que interviene la repetición. Por lo tanto la cantidad de menús para elegir son mucho mayores en este último caso, lo cual no garantiza que se elijan los mejores. Veamos por qué.

Es posible establecer órdenes respectivos: terciarias-terciarias, cuaternarias-cuaternarias, etc. Excluimos la monarias y las binarias. Con las variaciones sin repetición y con repetición seguimos combinando hasta un determinado nivel ya que, como se ha indicado, unas son cuantitativamente mayores que las otras. Sin embargo, aunque haya menores menús parciales para elegir en los menús sin repetición, la no existencia de repetición entre los bienes, garantiza que se prefiera menús donde no haya repetición. La razón es la lejanía de la saturación

Por otra parte podemos considerar el hecho de que hay menús parciales en las variaciones con repetición y que no se encuentran en las variaciones ordinarias, la cuales excluyen la repetición. En este sentido podremos decir que hay ciertas preferencias en los menús con repetición si el consumidor considera la posibilidad, teórico en principio, de consumir todas las posibilidades. En un caso límite el puede elegir un menú con repetición, o *próximo a la saturación*, que sería siempre mejor que un menú con cero bienes, o sea con un menú inexistente en el menú parcial sin repetición.

*Observación general:* prescindimos de la consideración de la existencia de bienes complementarios y sustitutivos, y también de los bienes públicos.

## **XII. LAS UTILIDADES Y LA SATURACIÓN EN LAS PERMUTACIONES CON REPETICIÓN**

Contemplaremos el caso en que intervengan todos los bienes pudiendo estar repetidos alguno o algunos de ellos. De esta forma se pueden hacer menús hipercompletos en el sentido de que se encuentran o pueden encontrarse todos los bienes y estar, además, algunos, repetidos.

Se llaman permutaciones con repetición de  $n$  elementos de un conjunto  $A$  a cada una de las ordenaciones en que figuren todos los elementos pudiendo estar repetidos algunos de ellos. Se simboliza por:

$$P = n! / a! b! c!$$

$$\text{siendo } n = a + b + c$$

La realidad de la repetición implicaría la saturación en la combinación de bienes que se consume. Ahora bien, podemos establecer comparaciones entre dos grupos en los que en uno intervengan todos los bienes y solo ellos, y otro grupo en los que intervengan todos los bienes- como en el caso anterior-, y además dos o más bienes que se repitan. Entra en la lógica establecer una argumentación en el caso citado en que intervengan todos los bienes y además que intervengan parte de esos bienes repitiéndose. Por ejemplo: siendo los elementos entremeses, sopa, ensalada, filete, postre, café y licor, y siendo esa una combinación en la que intervengan los bienes en esa forma expuestos y consumidos, o sea un menú completo. Si le *añadimos*: postre, postre, café, café, y licor, licor. ¿Qué podríamos considerar de esa combinación: entremeses, sopa, ensalada, filete, postre, postre, café, café, licor, licor?

Una forma de enfocar este tema sería el dividir en dos grupos este *paquete* en una ordenación combinatoria: el primero consiste en enumerar las combinaciones en las que no se repita ningún bien, esto es, la parte en que se asemejan a las permutaciones ordinarias o sin repetición, dentro entran todos los bienes del lote sin que ninguno se repita. En el segundo intervienen los bienes que se repiten o sea las permutaciones con repetición. Estas dos agrupaciones entran en un solo conjunto de ordenaciones.

Es posible establecer una serie de preferencias según los menús parciales derivados de las permutaciones ordinarias. Ahora bien, ¿Qué pasa con ese grupo en que se repiten los bienes? podemos afirmar que sí generan utilidades (aunque se repitan) y que son susceptibles de ser ordenados por criterios de preferencias. El simple hecho de ser consumidos por un sujeto racional indica que son bienes y que generan utilidades.

De esta suerte habría dos series de preferencias: una correspondiente con las permutaciones ordinarias y otras con las permutaciones con repetición. Y, puesto que ambas pertenecen a un grupo de las varias permutaciones (la hemos separado por motivos de convención analítica no porque sean necesariamente así), se presenta el siguiente problema:

Habría que coordinar las primeras cadenas de preferencias o menús parciales (derivado de las permutaciones ordinarias) con las derivadas de las permutaciones con repetición.

¿Cómo hacerlo? mediante los siguientes pasos:

1. Se establece una ordenación transitiva de los menús parciales en las permutaciones ordinarias.

2. Se establece una ordenación transitiva con los menús parciales en los que intervengan las repeticiones, por ejemplo X, Z, W, tal que XPZ, ZPW.
3. Se agrupan en un solo menú, y por orden de preferencia, los menús de los apartados 1° y de 2°. Primero se elige por ejemplo el A que es preferible al B. Al grupo A se le añade el conjunto X de forma que forman un solo conjunto. Al grupo B se le añade o se le agrupa el conjunto o agrupación Z, y al grupo C se le añade el grupo W. Dependiendo de la naturaleza específica de cada agrupación, esto es, del número de veces que haya elementos repetidos se podrá conexionar los números de permutaciones.

### XIII. MENÚS Y NÚMEROS DE CONSUMIDORES

Vamos a enriqueciendo le teoría de los menús mediante la incorporación de más de un consumidor. Estimamos que la actividad y la utilidad de cada consumidor es independiente de la utilidad del resto de los consumidores y que cada uno de ellos tiene su propio menú óptimo.

Consideraremos dos situaciones:

1. Una en que dos o más consumidores pueden tener el mismo menú, o sea varios consumidores que pueden mantener el mismo nivel de preferencia entre diversos menús o combinaciones dentro de las permutaciones ordinarias. Ahora bien, mantenemos como siempre que cada consumidor disfrute de un mismo nivel de utilidad para diversas combinaciones. Siguiendo nuestra argumentación, habrá una utilidad y solo una -que no medimos-, para cada combinación de bienes. Habrá un número de consumidores que tienen su propia escala de preferencias transitivas, o sea que habrá varias escaleras en el sistema económico y una sola escalera para cada consumidor.
2. Sería el caso en que en que solamente habría un consumidor para cada menú. El hecho de que cada consumidor elija un menú, o combinación de bienes, excluye que dicha combinación sea consumida por otro consumidor.

Desde este punto de vista podemos considerar las siguientes situaciones:

- 2.1. La primera situación sería aquella en la que habría tantos consumidores como combinaciones haya de bienes, siendo siempre  $n$  el número de

bienes, en el entendimiento de dichas combinaciones se derivan de las permutaciones ordinarias.

- 2.2. La segunda situación sería aquella en la el número de consumidores sería inferior al número de combinaciones de bienes derivados de las permutaciones ordinarias:

#### **XIV. LA ELECCIÓN SOCIAL DE LOS MENÚS**

Aquí tratamos el caso de elegir un menú óptimo entre los consumidores mediante una votación por mayoría simple. Este caso se corresponde con el apartado 1° del apartado XIII.- anterior, en el que dos o más consumidores pueden preferir un menú cualquiera o bien distintos menús. Se trata de saber cuál es el menú mejor posible elegido. Tendríamos que establecer de los casos anteriores el número de consumidores y, entre ellos, el número máximo de consumidores que eligen un determinado menú. A esta suma o número le llamamos mayoría simple, y para lograr esta mayoría basta que ese número de consumidores que eligen un menú sea superior a otro aunque sea por una sola unidad. El menú elegido por mayoría simple será el menú *social óptimo posible*.

#### **XV. LOS PUZZLES**

Los puzzles constituyen un todo o universo fragmentado en *partes* iguales o desiguales las cuales se hayan combinados de una forma específica. Queremos decir que con los elementos pertenecientes al universo del lote, las *partes*, se pueden construir combinaciones tales que formarán un *paisaje* que definen el puzzle. Llamamos paisaje a la forma final o sentido que tiene el puzzle una vez formado. En esta operación: la organización, o sea en la colocación de las piezas, reside el camino que nos lleva a definir el *paisaje en general*. De esta forma podemos ver el paisaje general. El término de paisaje es una manera de expresar cualquier figura o forma.

Una idea esencial en el puzzle es que solamente existe una figura o paisaje final y que los demás combinaciones son aberrantes y carecen de sentido. Este razonamiento se aleja de la confección de los menú parciales que hemos visto anteriormente en que había una combinación óptima de bienes que definían el menú mejor u óptimo, y que había otra, muy cercana con combinaciones próximas, que definía el menú segundo mejor, etc. Por lo tanto, las líneas siguientes se orientan en el sentido de buscar aquella combinación que defina solamente el paisaje final y que equivaldría al único menú y que sería, además, el menú óptimo. Esta es la idea esencial de un puzzle: una combinación lógica y ordenadas de piezas.

Insistiremos en las ideas básicas. En primer lugar debe haber solo un paisaje general y no dos o más. Por otra parte, un puzzle está formado por varias piezas diferentes o iguales que deben ser combinadas u ordenadas de una forma determinada y por lo tanto es un problema combinatorio. Por último, en este juego combinatorio imprescindible para componer el puzzle deben entrar todas las piezas sin que falte ninguna. Luego ya tenemos el primer dato para el desarrollo combinatorio: todas las piezas o elementos del conjunto deben entrar.

De acuerdo con este criterio conviene preguntar si existe o no existen otras ordenaciones que den por resultado final dicho paisaje. Para responder a esa pregunta debemos realizar dos tipos de puzzles:

- 1°. En esta categoría todas cada una de las piezas será diferente a otras: por ejemplo en color y/o en forma y/o en tamaño
- 2°. En esta categoría habrá piezas que serán iguales a otras en forma, tamaño y/o color y que por tanto la ordenación no debe ser tan agotadoramente exhaustiva. Por ejemplo: el paisaje del cielo sin nubes: habrá piezas de un cielo azul sin nubes del mismo color, tamaño y forma. Se pueden colocar de diferentes formas sin que el paisaje general resulte cambiado.

## **XVI. LA CONSTRUCCIÓN DINÁMICA DE LOS PUZZLES**

Construir un puzzle es una actividad productiva que relaciona los factores de producción fijos y variables con la producción asociada. En toda función de producción micro o macroeconómica, a medida que se aplican y por tanto consumen los factores de producción, se obtienen mayores volúmenes de producción. Cada tipo de producción, de acuerdo con cada tecnología, determina la forma o tasas con que crece la producción a medida que se consumen los factores de producción. Siguiendo estos argumentos hay dos enfoques en este tratamiento de producir, o sea, de construir un puzzle:

- 1°. La producción total. En nuestro trabajo producir un puzzle es construirlo, y los factores que se aplican son unidades de tiempo-trabajo, y, por tanto, a medida que aumenta la producción, o sea se construye, se van aplicando o consumiendo mayores unidades de tiempo-trabajo por el hecho de que se van sumando las que se consumen.
- 2° La producción marginal. Explica la productividad de cada y del último factor de producción en la construcción (límite  $\Delta Q/\Delta V = dQ/dV$ , siendo

Q la producción y V el factor de producción: tiempo-trabajo). En nuestro caso significaría el grado o proporción en que contribuye a la producción cada factor de producción. En el eje de ordenadas la producción Q y en el eje de la abscisa el factor de producción V. La derivada sería la tangente a la función de producción. A esta derivada se llama en economía con el nombre de productividad marginal.

De estos estadios en la producción concluimos que, al comienzo en la construcción de un puzzle queda mucho por construir o sea por aplicar unidades de tiempo-trabajo. Cerca del final queda poco por construir y por tanto queda por aplicar menores unidades de unidades tiempo-trabajo. En otras palabras, en los estadios finales la construcción del puzzle se hace más fácil. En cierto modo se producen economías de escala en la medida que las unidades de insumo se aplican sobre *menos campos de trabajo*.

## XVII. PUZZLES: REGRESIVOS Y PROGRESIVOS

Es el momento de clasificar dos tipos de puzzles según el grado de dificultad en su construcción, y sobre todo, si ese grado de dificultad es regresivo o progresivo con el tiempo. Eso quiere decir si con las sucesivas aplicaciones de tiempo-trabajo disminuye o aumenta la dificultad en la construcción de un puzzle. Todo depende del tipo de puzzle que se considere. Estableceremos una sencilla clasificación de puzzles: puzzle regresivo y puzzle progresivo.

### 1. Puzzle regresivo.

Un crucigrama de palabras o el típico rompecabezas plano, cuya integridad por ejemplo, configura un paisaje, un rostro, etc. se caracteriza porque en sus inicios sus avances en la colocación u ordenación son lentos, pero a medida que va tomando forma y se va avanzando, la *velocidad* en su construcción aumenta de forma natural, lo que quiere decir que se produce una aceleración en la construcción. Esta aceleración se produce sin que aumente el esfuerzo *adicional*, y por tanto es *natural* dicha aceleración. Cada vez es necesario menos esfuerzo en la construcción del puzzle hasta llegar al pedazo o elemento final en que no cuesta nada integrarlo en el *hueco* que queda.

Podemos concluir que los esfuerzos marginales o consumos marginales del factor V (tiempo-trabajo) son decrecientes, y además este decrecimiento aumenta con el tiempo.

La suma de todos los esfuerzos es la suma de una progresión geométrica o aritmética-según los casos- pero siempre decreciente.

## 2. Puzzle progresivo.

Un puzzle es progresivo cuando las dificultades en su confección aumentan a medida que se avanza en su construcción. También puede interpretarse por el hecho de que cualquier avance en la confección del puzzle puede comprometer o frustrar avances anteriores. Creemos que este puede ser el caso del cubo de Rubick en el que los movimientos posteriores pueden entorpecer logros anteriores. Un cubo Rubick es tridimensional, se halla compuesto por seis caras bidimensionales y a cada una de ellas le corresponde un color y se halla compuesta por nueve cuadrados iguales. Por lo tanto en el cubo de Rubick habrá nueve cuadrados de un solo color y habrá seis colores puesto que hay seis caras.

Este cubo no solamente es dificultoso en su construcción por el hecho de que intervienen caras, colores y cuadrados, sino por el hecho de que cuando se encuentra a medio realizar, por ejemplo, elaborada cuatro caras con sus colores, la elaboración de una composición cualquiera: una fila de cuadrados, una cara o más colores, puede arruinar o *casi* arruinar construcciones anteriores.

Podemos imaginar teóricamente un puzzle, sino igual, si parecido, en el que las dificultades van aumentando a medida que el puzzle se va construyendo. Las dificultades del puzzle mecánico o puzzle mágico llamado también cubo de Rubick son de índole puramente lógico y no físico-mecánico.

Los esfuerzos añadidos o incrementos de esfuerzos tiempo trabajo, que hemos llamado esfuerzos o trabajo *marginal*, son crecientes.

El esfuerzo total es la suma de la progresión geométrica formada por términos que son esfuerzos marginales que crecen en progresión geométrica o aritmética y su *tendencia* es creciente.

*Comentario:* una economía en continuo progreso, está alimentada por la fuerza de continuas innovaciones tecnológicas, del invento del invento, y que la hace profundamente entrópica, dinámica e inestable. Equivale a un rompecabezas cuyas dificultades de construcción se van alejando a medida que buscan el equilibrio. No se debe creer que el término de entropía y el de desequilibrio son poco *virtuosos* en economía. Por el contrario, responden a una economía que crece cualitativa y cualitativamente. Una economía estable y en equilibrio responde más bien a una economía medieval atrasada y poco innovada.

## XVIII. DESORDEN DINÁMICO: ENTROPÍA

Una economía puede presentar cambios en la tecnología que provoca reducción de costes, la aparición de productos nuevos, la destrucción de los factores de producción de forma distinta, la *destrucción creativa* como decía Shumpeter, y simultáneamente cambios en la demanda que se vuelve inestable e insatisfecha provocando a su vez cambios o deseos de cambio en la producción.

Esto implica que el diseño de la producción final, o mejor, la estructura de la producción cambia. Esto implica que las partes, en un sentido tanto material y objetivo como técnico, inmaterial y subjetivo, van cambiando. Las fuerzas de la oferta dinámica y entrópica se ven empujadas recíprocamente por las de la demanda y tienden a converger. Pero simultáneamente se producen fuerzas exógenas y endógenas que los separan. Nada vuelve a ser como antes: este es el lema heraclitano, dinámico y entrópico.

El mejor ejemplo que se puede exponer es el de un rompecabezas cuyo diseño va cambiando conforme se va completando. La segunda ley de la entropía afirma que todo estado entrópico tiende a perpetuarse como mínimo, cuando no a aumentar.

## XIX. BIBLIOGRAFÍA

- AURIOL, E., and BENAÏM, M., “Standardization in Decentralized Economics”, in *American Economic Review*, 2000, pp. 550-570.
- ARROW, J. K., *Social Choice and Individual Values*, 2nd edit., 1951, New York, Wiley, 1963.
- ARROW, J. K., “Alternative Approaches to the Theory on Choice in Risk-Taking Situations”, in *Econometrica*, 19, (1959) 404-37.
- ARROW, K. F.-DEBREU, G., “Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy”, in *Econometrica*, 1954, 265-290.
- ARROW, J. K.-HAN, F. H., *General Competitive Analysis*, Edimburgh, Oliver&Boyd 1971.
- ARROW, J. K.-HURWICZ, L., *An Optimality Criterion for Decision-Making Under Ignorance*, en C.F. Carter, J. L.(comps.), *Uncertainty and Expectation en Economics*, Oxford, Basil Blackwell, 1972.

- BAUMOL, W. J., *Business Behaviour, Value and Growth*, 2nd Edt., New York. 1959, 1967.
- BECKER, G. A., “A Theory of the Allocation of Time”, en *Economic Journal*, 75 (1965) 493-517.
- BLACK, D., “On the Rationale of Group Decision-Making”, en *Journal Publication Economics*, 1948, pp. 23-24.
- BLACK, J., “The Technical Progress Function and the Production Function”, en *Econometrica*, 29 (1962) 166-167.
- CLARK, J. B., “The Genesis of Capital”, en *Yale Review*, 2 (1983) 302-315.
- CLARK, J. M., *Competition as a Dynamic Process*, Washington, Brookings 1961.
- DEBREU, G., “The Coefficient of Resource Allocation”, en *Econometrica*, (1951) 273-92.
- EVANS, C., and HARRIGAN, J., “Distance, Time, and Specialization: Lean Retailing in General Equilibrium”, en *American Economic Review*, (2005) 292-313.
- FORD, J. L., *Choice, Expectation and Uncertainty*, Oxford, Basil, Blackwell 1983.
- GLAZER, J., and RUBINSTEIN, A., “On Optimal Rules of Persuasion”, en *Econometrica*, (2004) 1715-1736.
- GNEDENKO, B., and KHINCHIN, A., *An Elementary Introduction to the Theory of Probability*. New York: Dover 1945.
- HICKS, J. R., *Value and Capital* Oxford: Oxford University Press, (1936, 1945),
- HICKS, JOHN, R., *Capital and Growth*, Oxford, Oxford University Press 1965.
- JEVONS, W. S., *Brief Account of a General Mathematical Theory of Political Economy*. B.A., 4<sup>th</sup> edit. Jevon 1871.
- KOOPMANS, T. C., *hree Essays on the State of Economic Science*. New York 1957.
- LEONTIEF, W. A., “Introduction to a Theory of the Internal Structure of Funtional Relationship”, en *Econometrica*, 15, in Leontieff 1966.

- LEONTIEF, W. A., *Essays in Economics*, Vol.2, Oxford, Basil Blackwell 1976.
- MACHLUP, F., “The Problem of Verification in Economics”, en *Southern Economic Journal*, 22 (1955) 1-21.
- MARSHALL, A., *Principles of Economics*, 8ª edit.; edit. C.W. Guillevaud, Londres, Mc Millan, 1961, (1ª edic.1890).
- MEADE, J. E., *Trade and Welfare. The Theory of International Economic Policy*, London 1955, vol. I.
- SAMUELSON, P. A., *Foundation of Economic Analysis*. Harvard University Press, Cambridge 1947.
- TUKEY, J. W., *Statistical and Quantitative Methodology*. Trends in Social Science (D P Ray, edt.). Philosophical Library, New York 1962.
- VILLACÍS, J., “Combinatorial Theory Applied to the Study of Production”, en *Esic Market*, 79 (1994) 43-57.
- VILLACÍS, J., “Preferencias y Orden Combinatorio en Economía”, en *Anales de la Real Academia de Doctores de España* (Madrid), 7 (2003) 191-208.
- VILLACÍS, J., “Caos y Orden Combinatorio en Economía”, en *Anuario Jurídico y Económico Escorialense* (San Lorenzo del Escorial), XXXVII (2003) 143-168.
- VILLACÍS, J., “Entropía, Caos y Teoría Combinatoria en La Economía”, en *Anales de la Real Academia de Doctores de España* (Madrid), 8 (2004) 143-168.
- VILLACÍS, J., “Business Combinatorial Theory and Decision Making”, en *The Journal of American Academy of Business* (Cambridge), Vol. VI, n.1 (2005) 117-122.
- WALRAS, L., *Elements of Pure Economic*. Translation by William Jaffé. London: Allen & Unwin, 1874, 1954.