

Eficiencia financiera del índice IPC mexicano a la luz de su impacto en la competitividad de las sociedades de inversión y ETF's que lo replican en su política de inversión

*Financial efficiency in Mexican IPC index related with its impact on the
competitiveness of investment companies and ETFs
that replicate its investment policy*

Dr. Oscar V. DE LA TORRE TORRES

Universidad Michoacana
de San Nicolás de Hidalgo, México

Dra. Isabel MARTÍNEZ TORRE-ENCISO

Universidad Autónoma de Madrid, España

Oscar G. DE LA TORRE MARTÍNEZ

Vector Casa de Bolsa S.A. de C.V., México

Resumen: El presente artículo prueba la propiedad de eficiencia financiera del índice IPC (como aproximación de la cartera del mercado bursátil mexicano) al utilizar el estadístico de prueba propuesto por Kandel y Stambaugh en dos simulaciones de eventos discretos, una con datos muestrales y otra con datos remuestreados con *bootstrapping*. Los resultados sugieren que, a pesar de que la propiedad estudiada se mantiene en términos estadísticos, la proporción de fechas cuestiona la utilidad práctica del IPC, sugiriendo la necesidad de pruebas más robustas.

Abstract: The present paper tests the financial efficiency property of the IPC index (as market portfolio proxy in the Mexican stock market) by using the test statistic proposed in Kandel & Stambaugh in two monthly discrete event simulations, one with sample data and another with a bootstrapped one. The results show that even though the financial efficiency property holds in statistical terms, the number of dates with this property is small enough to question the practical use of the IPC index, suggesting the need of more robust tests.

Palabras clave: Selección de carteras, Valoración de activos financieros, Técnicas de optimización, Modelos de simulación.

Keywords: Portfolio selection, Asset valuation, Optimization techniques, Simulation modeling.

Sumario:

- I. Introducción.**
- II. Revisión teórica: la crítica de Roll y la adecuada aproximación de cartera de mercado.**
- III. Revisión empírica de la eficiencia del IPC como cartera de mercado en México.**
- IV. Resultados del estudio empírico realizado.**
- V. Conclusiones.**
- VI. Bibliografía.**

Recibido: octubre de 2012.

Aceptado: diciembre 2012.

I. INTRODUCCIÓN

La competitividad de un fondo de inversión y fondo de inversión que cotiza *ETF* (*Exchange Traded Fundo*) depende de los adecuados niveles de rendimiento neto y exposición al riesgo que genera a los diferentes inversores. Una de las partes más sensibles para la generación de valor en el proceso de gestión de carteras se encuentra en la asignación de activos, la cual tiene, como punto de partida, tanto la definición adecuada del conjunto de activos que formarán parte de la cartera como el establecimiento de niveles adecuados de inversión (máximos y mínimo) fijados en la política de inversión. Dados estos dos elementos y un conjunto de vectores de inversión $\mathbf{W} = \{\mathbf{w}_i\}$, se tendrá la correspondiente generación del conjunto de posibilidades de inversión Ξ que se conformará de diferentes carteras con diferentes niveles de rendimiento E_p y exposición al riesgo σ_p^2 esperados. Partiendo de la definición de Ξ , se podrá llegar a una cartera óptima que podrá ser financieramente eficiente en virtud de las preferencias de riesgo y rendimiento establecidas por el inversor según lo establecido por Ibbotson y Kaplan¹ e Ibbotson². A pesar de esta consideración, la determinación apropiada de Ξ y de la selección adecuada del benchmark de referencia es el paso del proceso que menos revisión teórica y práctica ha tenido, situación que los autores retoman para el caso de un “universo” que se limita a los títulos de la Bolsa Mexicana de Valores.

Además de las consideraciones realizadas por Ibbotson y Kaplan, también es interesante revisar la definición de Ξ según los modelos de valoración de activos. De entre algunas de las principales críticas a la propuesta original del Modelo de Valoración de Activos de Capital (1964) en su forma estándar o de Sharpe-Lintner-Mossin (CAPM-SML), destaca la relativa a la posibilidad de invertir en un activo con riesgo M , ya sea prestando o pidiendo prestado cantidades infinitas de dinero a la misma tasa de interés libre de riesgo r_f .

¹ IBBOTSON, R., & KAPLAN, P. D., “Does asset allocation policy explain 40, 90 or 100 percent of performance?”, en *Financial Analysts Journal*, 56 / 1 (2000) 26-33.

² IBBOTSON, R. G., “The importance of asset allocation”, en *Financial Analysts Journal*, 66 / 2 (2010) 18-20.

Siguiendo las propuestas de Sharpe³ y presuponiendo expectativas homogéneas entre los inversores del mercado⁴ así como el mismo conjunto de información I para todos, se llega a la definición de M como el activo con riesgo que se logra de elegir una cartera perteneciente a $\xi \in \Xi$ al resolver el siguiente problema de maximización a nivel agregado:

$$\mathbf{w}^* = \arg \max_{\mathbf{w}} \left[\mathbf{w}' \cdot \mathbf{r} - (rf \cdot \mathbf{1})' \right] \cdot \left[\mathbf{w} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{w} \right]^{-1/2} \quad (1)$$

Sujeto a:

$$\mathbf{w}^* \cdot \mathbf{1} = 1$$

$$\mathbf{w}^* \geq 0$$

$$\mathbf{D} \cdot \mathbf{w}^* = \mathbf{d}$$

En donde $\mathbf{w} = [w_1, \dots, w_n]'$ es un vector de $n \times 1$ de niveles de inversión, $r = [E(\mathbf{r}_1), \dots, E(\mathbf{r}_n)]'$ un vector de $n \times 1$ de rendimientos esperados por activo, \mathbf{C} su correspondiente matriz de $n \times n$ de covarianzas; \mathbf{d} el vector de niveles máximo y mínimo de inversión por activo y \mathbf{D} una matriz con unos y ceros (identificadores) correspondientes a la relación de \mathbf{w} con \mathbf{d} . Retomando las mencionadas condiciones de equilibrio de mercado y, como *conditio sine qua non*, la existencia de las llamadas expectativas homogéneas y conocimiento general de I , se llega a que $\mathbf{W}^* = M$. Esta definición es el punto de partida de los modelos de valoración relacionados con el CAPM ya sea tanto en la práctica de la gestión pasiva de carteras como en el concepto de *benchmark* o referencia para medir la gestión activa de carteras.

La propuesta del CAPM-SLM es la base de la Teoría Moderna de Carteras (TMP) ya que simplifica la interpretación teórica de la selección de carteras, dando lugar al desarrollo de modelos alternativos al originalmente propuesto por Markowitz⁵. De entre los optimizadores y heurísticas más observables con esta lógica de valoración, se encuentra el modelo de Treynor y Black⁶ que permite obtener una cartera óptima como la combinación lineal de una

³ SHARPE, W., "Capital Asset Prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk", en *The Journal of Finance*, 29 (1964) 425-442.

⁴ SAMUELSON, P., "Rational Theory of Warrant Prices", en *Industrial Management Review*, 6/2 (1965) 13-39.

⁵ MARKOWITZ, H., "Portfolio selection", en *The Journal of Finance*, 7/1 (1952) 77-91.

⁶ TREYNOR, J. & BLACK, F., "How to Use Security Analysis to Improve Portfolio Selection", en *The Journal of Business*, 46 /1 (1973) 66-86.

catrera activa (W_a) y otra pasiva (M), la propuesta de Elton, Gruber y Padberg⁷ que realiza una selección partiendo de una tasa de corte y una normalización de índices de Treynor⁸, así como una de las propuestas más recientes empleadas en la actualidad para corregir el error de estimación para atenuar el supuesto de expectativas homogéneas, la cual fue realizada por Black y Litterman⁹, la cual utiliza transformaciones bayesianas de los parámetros de M . Sin embargo, a pesar de su utilidad práctica, los resultados logrados en estos tres modelos heredan una limitación inicialmente observada por Roll¹⁰ y seguida por Ibbotson y Kaplan¹¹. Esta es, que la adecuada definición de M depende de la adecuada derivación de Ξ , por un lado, y de que $M \in \xi$ por otro.

El presente estudio analiza si la aproximación de M para el caso mexicano es considerada financieramente eficiente ($M \in \xi$) y se puede establecer la validez en la relación lineal que fundamenta el CAPM-SLM, de la misma forma que se forma con la sensibilidad de un activo financiero (β_i) y el rendimiento esperado del mismo ($E(r_i)$). Al establecer a M como “eficiente”, se estará aceptando como apropiada la definición de Ξ y el proceso de asignación de activos correspondiente. De esta forma se podría concluir que la gestión de carteras realizada con dicho conjunto llega a niveles de eficiencia financiera aceptables, dejando de lado la posibilidad de que exista pérdida de la misma al existir otro conjunto Ξ' que lleve a mejores niveles de riesgo y rendimiento y, por tanto, a que existan otras sociedades de inversión y ETF's que utilicen Ξ' , y como consecuencia, que estos sean más competitivos que los anteriores.

Esta situación lleva a los autores a retomar el debate iniciado por Roll y seguido por Kandel y Stambaugh¹² en su revisión de las críticas realizadas al modelo CAPM-SLM, continuando una serie de revisiones de la propiedad de

⁷ ELTON, E., GRUBER, M. & PADBERG, M., “Simple criteria for optimal portfolio selection”, en *Journal of Finance*, XI/5 (1976) 1341-1357.

⁸ TREYNOR, J., “How to Rate Management of Investment Funds”, en *Harvard Business Review*, 43 (1965) 63-75.

⁹ BLACK, F. & LITTERMAN, R., “Global asset allocation: Combining investor views with market equilibrium”, en *The Journal of Fixed Income*, 1/2 (1990) 7-18.

¹⁰ ROLL, R., “A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory”, en *Journal of Financial Economics*, 4/2 (1977) 129-176.

¹¹ IBBOTSON, R. & KAPLAN, P., “Does ...”, o.c., pp. 26-33.

¹² KANDEL, S. & STAMBAUGH, R., “A mean-variance framework for tests of asset pricing models”, en *The Review of Financial Studies*, 2 /2 (1989) 125-156.

eficiencia¹³. El presente trabajo incorpora el estadístico de prueba propuesto por Kandel y Stambaugh en el que se reduce la posibilidad de incurrir en error tipo I, al rechazar la propiedad de eficiencia financiera de M dado el carácter muestral de los datos con que se trabaja.

El artículo se inicia con una revisión teórica de las principales pruebas realizadas al CAPM-SML y a sus formas no estándar. Posteriormente se expondrá el método empleado y el estadístico de Kandel y Stambaugh para probar la eficiencia financiera en los objetivos de estudio, seguido de una revisión de los resultados logrados.

II. REVISIÓN TEÓRICA: LA CRÍTICA DE ROLL Y LA ADECUADA APROXIMACIÓN DE LA CARTERA DE MERCADO

La forma funcional del CAPM-SLM requiere supuestos como que existan condiciones de expectativas homogéneas en los inversores y el empleo del mismo conjunto I de información por parte de los mismos, lo que llevará a definir lo que se conoce como “*condiciones de equilibrio en los mercados financieros*” y, si se emplea el modelo de selección de carteras óptimas conocido como Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner¹⁴ (MTSL) se llega a la definición teórica de la “*cartera de mercado*” M . Partiendo de la misma, se llega a la siguiente regresión auxiliar:

$$r_i = \alpha_i + \beta_i r_M + \varepsilon_i \quad (2)$$

En la misma, r_i representa el rendimiento observado en el activo i , α_i la tasa inercial y β_i una medida de sensibilidad de r_i dado el valor de r_m , situación que presupone la definición apropiada de M . Este último parámetro es lo que se definirá como la nueva medida de riesgo: “riesgo sistemático”. Partiendo de (2) y conforme la cantidad de activos en la cartera se incrementa, se llega a la siguiente propiedad:

$$\sigma(\varepsilon_i) \approx 0 \Leftrightarrow n \rightarrow \infty \quad (3)$$

¹³ MARTÍNEZ, I. & DE LA TORRE, O., “Estudio estadístico del empleo del índice bursátil Ibex35 como cartera óptima en condiciones de equilibrio en el mercado de valores español: análisis del periodo 2002-2010”, en *Anuario Jurídico y Económico Escorialense*, XLIV (2011) 101-120.

¹⁴ Cuya derivación se presentó en (1) y cuya lógica y nomenclatura se presenta en MARKOWITZ, H., *Mean-Variance analysis in portfolio choice and capital markets*, New York (1987).

En base a esta propiedad y presuponiendo la adecuada definición de M que se obtiene de $\mathbf{W}^* = M$ bajo los supuestos de expectativas homogéneas y conocimiento general de I para todos los inversores, se llega a valorar un activo financiero con la siguiente expresión del CAPM-SLM:

$$E(r_i) = rf + (r_M - rf)\beta_i \quad (4)$$

A pesar de su simplicidad teórica y los ahorros computacionales para la selección óptima de carteras que la expresión en (4) originó, las críticas a su validez se iniciaron con revisiones como la hecha por Black¹⁵ quien observó que rf debería ser sustituido por otra tasa libre de riesgo resultante de la intersección de dos rectas que parten tanto de la cartera de mercado M como de una cartera ortogonal al mismo en la sección de pendiente negativa de la frontera eficiente correspondiente a ξ , situación que le lleva a sugerir su modelo conocido como “beta cero”. En un estudio similar, Fama y Macbeth¹⁶, realizan una prueba al modelo con una forma funcional dada por la siguiente expresión:

$$E(r_i) = \gamma_0 + \gamma_1\beta_i + \gamma_2\beta_i^2 + \gamma_3\sigma(\varepsilon_i) + \eta_i \quad (5)$$

Su hipótesis era establecer la inexistencia de no linealidades en el CAPM-SLM al demostrar que $\gamma_2 = 0$ y $\gamma_3 = 0$, situación que los llevó a rechazar dicha postura.

Con las pruebas anteriores, de entre muchas críticas más realizadas al CAPM, se puso en tela de juicio la validez externa del CAPM y, como consecuencia, los modelos de selección óptima de carteras basados en esta lógica de análisis. Tal situación condujo a la búsqueda de modelos alternativos de valoración de activos como las formas funcionales propuestas por Amihud y Mendelson¹⁷, las cuales relajan el supuesto de liquidez perfecta, el propuesto por Merton¹⁸ para valorar activos en tiempo continuo y de manera intertemporal o el que estudia la valoración de activos no negociables como el capital humano o activos no negociados en mercados líquidos de Heaton y Lucas¹⁹,

¹⁵ BLACK, F., “Capital market equilibrium with restricted borrowing”, en *Journal of Business*, 45 / 3 (1972) 444-454.

¹⁶ FAMA, E. & MACBETH, J., “Risk, return and equilibrium: Empirical tests”, en *Journal of Political Economy*, 81/3 (1973) 607-636.

¹⁷ AMIHUD, Y. & MENDELSON, H., “Asset pricing and the bid-ask spread”, en *Journal of Finance*, 44 / 22 (1986) 479-486.

¹⁸ MERTON, R., *Continuous-time finance*, Oxford (1992).

¹⁹ HEATON, J. & LUCAS, D., “Portfolio choice and asset prices: the importance of entrepreneurial risk”, en *The Journal of Finance*, 55/3 (2000) 1163-1198.

por mencionar algunas de las múltiples propuestas conocidas como “*Versiones no estándar del modelo CAPM*”.

La implicación que tiene la validez del CAPM es resultado de la adecuada definición de Ξ y de que $M \in \xi$. Esta observación parte de la respuesta que hace Roll²⁰ a las propias críticas al CAPM. Según observa, estas revisiones tratan de demostrar, de manera conjunta, dos hipótesis:

H1: “*La Cartera de mercado es eficiente de manera ex ante*”

H2: “*El portafolio que hace tangencia con la frontera eficiente en el modelo MTSL de manera ex ante es la cartera de mercado*”

Las observaciones de Roll van en el sentido a atacar las críticas al CAPM-SLM citadas desde diferentes perspectivas, destacando lo siguiente en sus comentarios finales:

1. No se conoce la verdadera conformación de la cartera de mercado M , por lo que las pruebas al CAPM resultan en un esfuerzo teórico más amplio que el que las críticas al modelo buscan alcanzar.
2. El probar la validez del CAPM representa una tautología ya que, si se presupone eficiencia en M , no existirá razón para rechazar la validez del modelo al encontrarse ésta en la frontera eficiente.
3. La verdadera definición de M se desconoce pero, en la práctica, se aproxima con carteras “tipo” como son los índices bursátiles, por lo que se corre el riesgo de hacer un análisis de carteras que lleva a derivar carteras de mercado potencialmente ineficientes a la luz de la matemática de la TMP, situación que conduce a potenciales riesgos como valorar activos que se encuentran en una frontera eficiente observablemente superior a las aproximaciones de M .

Tanto la primera como la tercera observación llevan a resaltar que, al desconocer la conformación de la verdadera M , se corre el riesgo de tener aproximaciones ineficientes que conducirían a resultados no deseados en (2) como es el hecho de que $\beta_i \approx 0$.

Independientemente de que la crítica de Roll es una respuesta a la validez del sustento teórico de las críticas realizadas al CAPM, la misma despierta el

²⁰ ROLL, R., “A critique ...”, o.c., pp. 129-176.

interés de los autores al compaginarse ésta con lo propuesto en Ibbotson y Kaplan²¹ e Ibbotson²² en donde se resalta la importancia de la asignación de activos para la generación de valor en el proceso de gestión de carteras. Por tanto, si se empleara, a manera de estudio inicial, un universo de activos objeto de inversión limitado a las acciones de los índices bursátiles IPC mexicano, se debe definir entonces como “válida” la definición de cartera de mercado aproximada con la conformación de éstos. Es decir, ésta debe de encontrarse ya sea dentro del conjunto de carteras eficientes ξ en cada caso o al menos a una distancia considerada “cercana” al mismo, situación que se busca probar con lo expuesto en este trabajo.

Para el caso mexicano se tienen pocos estudios al respecto, los cuales son el punto de partida para el desarrollo de esta investigación. Entre los principales trabajos se observan el de López Herrera²³ donde al contrastar el riesgo sistemático derivado con el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) y el Índice México (INMEX), se observa que el modelo se creó para valorar activos y no para aprovechar oportunidades de inversión. Sin embargo, dado que los valores de las betas podrían ser observablemente diferentes si se tienen diferentes índices o aproximaciones de M con los cuales referenciarse, se corre el riesgo de estar sobre o infravalorando el riesgo sistemático y, por tanto, el activo financiero. Por ello, y en línea con lo expuesto por Frankfurter²⁴ y lo establecido en Roll²⁵, será prudente delimitar si la aproximación de la cartera de mercado M es apropiada en términos de eficiencia financiera. Otra investigación en el ámbito mexicano consistente con lo observado en las versiones no estándar del CAPM, es la realizada por Sansores²⁶ quien destaca que el CAPM tiene limitaciones en su aplicación en economías emergentes. Esto lo atribuye a que deben considerarse otras variables estadísticas, económicas o financieras en la valoración, lo que le lleva a sugerir el empleo de una versión multifactor del CAPM como es el modelo de Fama, MacBeth y Schwert²⁷.

²¹ IBBOTSON, R. & KAPLAN, P., “Does asset ...”, o.c., pp. 26-33.

²² IBBOTSON, R., “The importance ...”, o.c., pp. 18-20.

²³ LÓPEZ HERRERA, F., “¿Es igual el riesgo sistemático al medir la beta del CAPM mediante dos indicadores diferentes del rendimiento del mercado?: estudio empírico en la Bolsa Mexicana de Valores”, en *Contaduría y Administración*, 197 (2000) 5-15.

²⁴ FRANKFURTER, G., “The effect of market indexes on the ex-post performance of the Sharpe selection model”, en *The Journal of Finance* 31/3 (1976) 949-955.

²⁵ ROLL, R., “A critique...”, o.c., pp. 129-176.

²⁶ SANSORES, E., “El modelo de valuación de activos de capital aplicado a mercados financieros emergentes. El caso de México 1997-2006”, en *Contaduría y Administración* 226 (2008) 93-111.

²⁷ FAMA, E., MACBETH, J. & SCHWERT, G., “Asset returns and inflation”, en *Journal of Financial Economics* 5/2 (1977) 115-146.

Avanzando en el estudio, se tiene que la determinación de Ξ es un tema propio de la asignación de activos en el contexto del proceso de gestión de carteras, lo que lleva a poner en consideración aspectos como la aversión al riesgo, los objetivos e intereses del inversor y otro tipo de expectativas. Dado el universo de posibilidades de inversión Ξ y su correspondiente conjunto de portafolios eficientes ξ , se debe demostrar que M tiene un cierto grado de eficiencia financiera, de tal forma que la comprobación de H2 llevará a la de H1. Esto lleva a establecer como el objetivo demostrar H2, es decir, que *El portafolio que hace tangencia con la frontera eficiente en el modelo MTSL de manera ex ante es la cartera de mercado*. En estudios como el realizado por Martínez y De la Torre²⁸ se compara, de manera directa el nivel de eficiencia de la cartera de mercado M con el de $\mathbf{W}^* \in \xi$, llegando a la conclusión de que el IBEX35 es financieramente ineficiente como aproximación de M . Sin embargo, siguiendo a Kandel y Stambaugh²⁹ quienes proponen que $S_{\mathbf{w}^*} = S_M$ podría no cumplirse lo previamente observado ya sea por circunstancias muestrales o debido a las restricciones y el método con el que se calcula M , se llega a una diferencia en la pendiente de ambas carteras respecto a rf , pudiendo generar un error tipo I al comparar directamente el índice de Sharpe de \mathbf{w}^* con el de la cartera M .

Esta situación muestral permite establecer una zona geométrica de aceptación. La representación de la misma se expone en la gráfica 1 en donde la zona de rechazo se delimita por una línea crítica similar a la frontera eficiente de ξ , la cual se localiza como la frontera eficiente inferior denominada “límite zona de rechazo”. Con este concepto, la regla de decisión será: “*M será eficiente si se encuentra en una zona entre la frontera eficiente ξ del conjunto Ξ y el límite de la zona de rechazo*”.

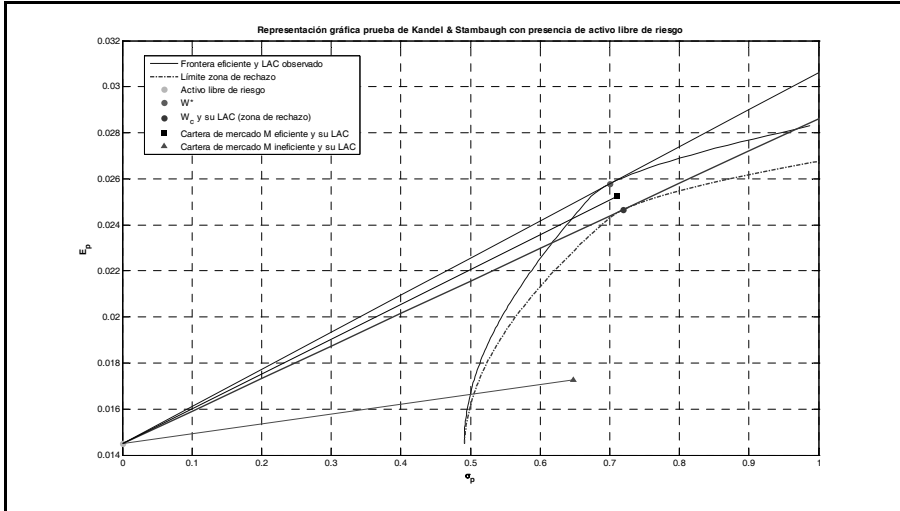
Para expresar esto en términos más directos, se parte del valor del índice de Sharpe de la cartera de mercado S_M dado por:

$$S_M = \frac{E_M - rf}{\sigma_M} \quad (6)$$

²⁸ MARTÍNEZ, I. & DE LA TORRE, O., “Estudio ...”, o.c., pp. 101-120.

²⁹ KANDEL, S. & STAMBAUGH, R., “A mean-variance framework for tests of asset pricing models”, en *The review of financial studies*, 2 /2 (1989) 125-156.

Gráfica 1
Representación gráfica de prueba de Kandel & Stambaugh (1989)
para modelos de valuación de capital de un factor con presencia
de activo libre de riesgo



De manera análoga se tiene el valor S_{w^*} correspondiente a una cartera óptima dada por el vector w^* derivado con (1). Si se parte, en el extremo superior, de la frontera eficiente ξ y, en el inferior, la curva relativa a la zona de rechazo, se puede llegar a una cartera delimitada por una recta que parte de rf y hace tangencia con la curva de esta zona de rechazo, la cual lleva a una cartera óptima w_c^* a la que le corresponde una pendiente dada por S_{w^*} , la cual se puede derivar con la siguiente expresión dada por Kandel y Stambaugh:

$$S_c = \left\{ \frac{S(w^*) - [\mathcal{G} \cdot F_{5\%}(n-1, T-n)]}{1 + [\mathcal{G} \cdot F_{5\%}(n-1, T-n)]} \right\}^{1/2}, \mathcal{G} = (n-1) / (t-n)$$

Con esta pendiente, se puede aceptar la definición de eficiencia financiera en M a través de la siguiente regla de aceptación:

$$H_0 : M \text{ es eficiente} \Leftrightarrow S_M \geq S_c \quad (8)$$

Esta regla es una hipótesis más tolerante, desde una perspectiva muestral, a la planteada por Martínez y De la Torre:

$$H_0 : M \text{ es eficiente} \Leftrightarrow S_M = S_{w^*} \quad (9)$$

Por tanto, para demostrar que las carteras de mercado son eficientes se empleará la hipótesis dada en (8).

III. REVISIÓN EMPÍRICA DE LA EFICIENCIA DEL IPC COMO CARTERA DE MERCADO EN MÉXICO

Para demostrar que el IPC es una adecuada aproximación de la cartera de mercado se realizaron dos simulaciones de eventos discretos de intervalo mensual (fin de mes) para un periodo de enero de 2000 a junio de 2010. En cada fecha de simulación se realizaron los siguientes pasos generales:

Se formaron vectores \mathbf{r}_i con las últimas 40 observaciones de las variaciones porcentuales de cada una de las acciones pertenecientes a cada índice. Con esto, se formó la correspondiente variable vectorial de Txn $\mathbf{X} = [\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n]$, siendo T el número de observaciones o longitud de las series de tiempo empleadas y n el número de activos. Con la misma se calcularon tanto el vector de nx1 de rendimientos esperados por activo \mathbf{r} como la correspondiente matriz de nxn de covarianzas \mathbf{C} , partiendo de un vector $\mathbf{m} = [1/n, \dots, 1/n]'$ de Tx1, una matriz de identidad de nxn (siendo n el número de activos en la cartera) y un vector de unos $\mathbf{1}$ de nx1:

$$\mathbf{r} = \mathbf{X}' \cdot \mathbf{m} = [\bar{\mathbf{r}}_1, \dots, \bar{\mathbf{r}}_n]' = [E(\mathbf{r}_1), \dots, E(\mathbf{r}_n)]' \quad (10)$$

$$\mathbf{C} = \left[\left([\mathbf{I} - n^{-1} \cdot \mathbf{1} \cdot \mathbf{1}'] \cdot \mathbf{X} \right)' \cdot \left([\mathbf{I} - n^{-1} \cdot \mathbf{1} \cdot \mathbf{1}'] \cdot \mathbf{X} \right) \right] \cdot n^{-1} \quad (11)$$

Una vez logrados estos parámetros, se obtuvo una cartera óptima \mathbf{w}^* con el problema de optimización planteado en (1) tomando como límite inferior 0.1% y el valor de 25%. Se realizó de esta forma en seguimiento al método de cálculo del IPC y para evitar la concentración de los niveles de inversión por activo dada la restricción de no negatividad.

Posterior a esta derivación de \mathbf{w}^* , se calcularon los parámetros de riesgo y rendimiento con las expresiones siguientes:

$$\sigma_{\mathbf{w}^*}^2 = \mathbf{w}^{*\prime} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{w}^* \quad (12)$$

$$E_{\mathbf{w}^*} = \mathbf{w}^{*\prime} \cdot \mathbf{r} \quad (13)$$

Con las conformaciones o niveles de inversión por activo \mathbf{w}_M del IPC, se aplicaron las expresiones dadas en (12) y (13) para lograr el riesgo σ_M^2 y rendimiento E_M en esta cartera. Con los niveles de riesgo y rendimiento previamente calculados, se determinaron los índices de Sharpe³⁰ correspondientes:

$$S_{\mathbf{w}^*} = \frac{E_{\mathbf{w}^*} - rf}{\sigma_{\mathbf{w}^*}}, S_M = \frac{E_M - rf}{\sigma_M} \quad (14)$$

En el siguiente paso se aplicó el cálculo del índice de Sharpe de \mathbf{w}^* en el estadístico de Kandel y Stambaugh propuesto en la expresión (7):

$$S_c = \left\{ \frac{S(\mathbf{w}^*) - [\mathcal{G} \cdot F_{5\%}(n-1, T-n)]}{1 + [\mathcal{G} \cdot F_{5\%}(n-1, T-n)]} \right\}^{1/2}, \mathcal{G} = (n-1) / (t-n)$$

Una vez logrados S_c y S_M en cada periodo de simulación t , se procedió a aplicar la regla de selección para contrastar H_0 dada en (8). Esto llevó a definir una variable dicotómica para cada t , la cual se determina con la siguiente función por partes:

$$KS_t = \begin{cases} 1 & \text{si } S_M \geq S_c \\ 0 & \text{si } S_M < S_c \end{cases} \quad (15)$$

Dado que la aceptación de H_0 se da en cada periodo t , fue necesario determinar que la condición de eficiencia fuese una situación estructural en las carteras de mercado y no una situación netamente coyuntural cuyo resultado se determina por la muestra observada en t . Para determinar esta

³⁰ SHARPE, W., "Mutual fund Performance", en *Journal of Business*, 39 (1966) 49-58.

validez estructural de la definición de eficiencia financiera en M y una vez que se derivaron los valores de KS_t , se generó un estadístico con el número de veces en que se observó la eficiencia de la cartera de mercado en donde NT es el número de fechas simuladas en cada caso:

$$KST = \sum_{t=1}^{NT} KS_t \quad (16)$$

Una vez determinado KST , se demuestra la propiedad de eficiencia financiera en forma estructural (en todas las fechas) al emplear una prueba de hipótesis de cola superior modelada por una función de densidad de probabilidad de Poisson con 95% de intervalo de confianza, partiendo de un valor de $\lambda = NT \cdot 5\%$ y un valor crítico dado por $VC = \lambda + (95\% \cdot \lambda)$ lo que lleva a aceptar la hipótesis de definición de eficiencia financiera en M con la siguiente regla:

$$H_{02} : M \text{ es eficiente} \Leftrightarrow KST > VC \quad (17)$$

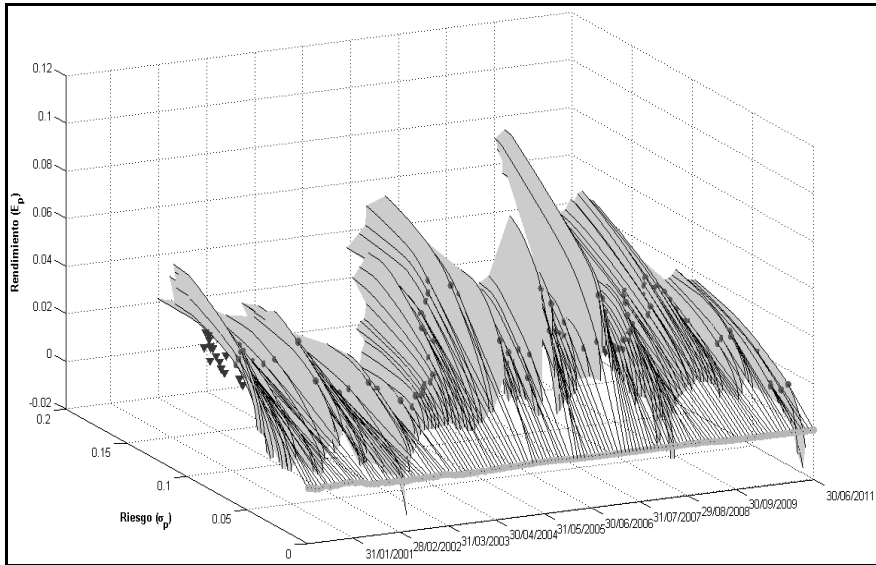
Toda la serie de pasos previamente descritos se realizaron con datos extraídos de Bloomberg³¹, los cuales fueron procesados con una aplicación informática programada en MATLABTM, la cual fue diseñada para realizar todos los pasos previamente descritos en la secuencia expuesta.

IV. RESULTADOS DEL ESTUDIO EMPÍRICO REALIZADO

Al aplicar la serie de pasos previamente descritos en el IPC se tuvo un primer comparativo visual expuesto en las gráficas dos y tres. En ellas se contrastan tanto las fronteras eficientes ξ observadas en t , como la cartera óptima \mathbf{w}^* derivada con (1) y los niveles de riesgo y rendimiento en M o IPC. En estas, el IPC está representado por triángulos, las fronteras eficientes observadas históricamente por áreas grises y \mathbf{w}^* por círculos. A su vez, se puede apreciar que, como podría esperarse en términos teóricos, el IPC es financieramente ineficiente respecto a \mathbf{w}^* al estar por debajo de las fronteras eficientes.

³¹ BLOOMBERG INC., Bloomberg Professional Software, New York 2010.

Gráfica 2
Histórico de fronteras eficientes comparados con el nivel de riesgo y rendimiento del IPC (vista frontal)



En la gráfica cuatro se puede apreciar el histórico de los índices de Sharpe S_{w^*} y S_M en donde se confirma que w^* es más eficiente que M dado su nivel de S_{w^*} .

Antes de proseguir con las pruebas del estadístico de Kandel y Stambaugh es necesario observar la parte izquierda de la gráfica cuatro. Nótese cómo algunos periodos de tiempo (en el caso de S_{w^*}) tienen valores demasiado extremos (altos). La razón que justifica esta situación está en el hecho de que no siempre se tenían series de tiempo de rendimientos con 40 observaciones (como el caso de la entrada de AMTELA1, AMXL, ARGOSB, ARCA o de USCOM B-1) por lo que las mismas no eran incorporadas hasta que se tenían al menos diez observaciones, llenando los datos faltantes con ceros. Para poder tener conclusiones más apropiadas, se decide separar las fechas cuyos valores de S_{w^*} se consideran “atípicas”.

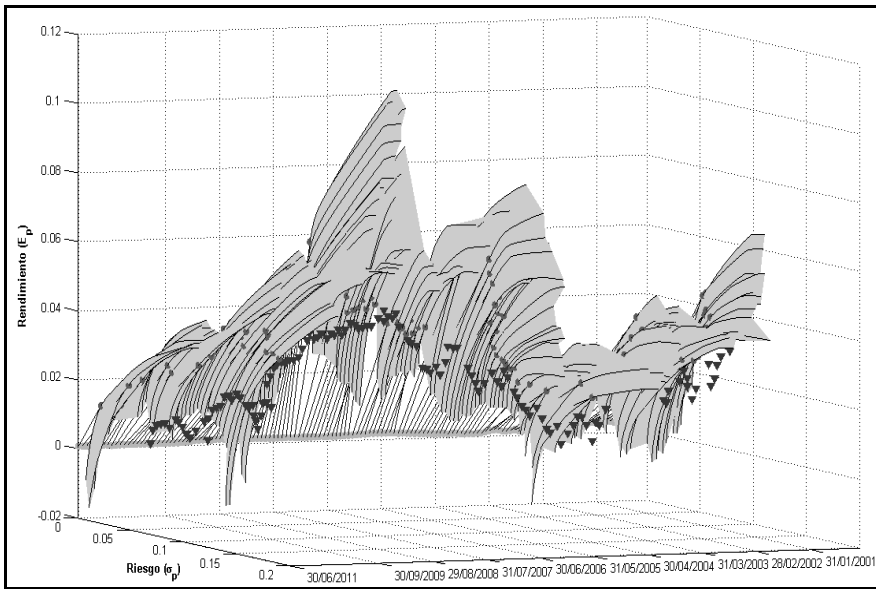
Para no incurrir en criterios discrecionales, se empleó un método que se basa en el sugerido por Chow et.al.³², el cual consiste en el cálculo de una

³² CHOW, G., KRITZMAN, M. & LOWRY, K. “Optimal portfolios in good times and bad”, en *Financial Analysts Journal* 55/3 (1999) 65-73.

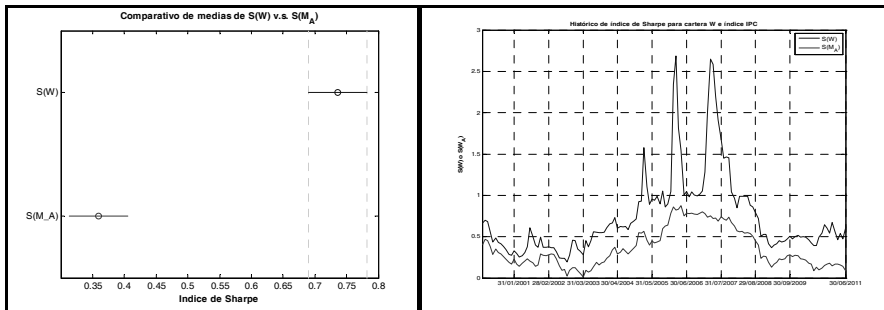
distancia euclidiana ponderada que utiliza la media de todos los índices de Sharpe observados $E(S_{w^*})$ y su correspondiente varianza $\sigma_{S_{w^*}}^2$:

$$d_t = \frac{S_{w^*,t} - E(S_{w^*})}{\sigma_{S_{w^*}}^2} \quad (18)$$

Gráfica 3
Histórico de fronteras eficientes comparados con el nivel de riesgo y rendimiento del IPC (vista inferior)



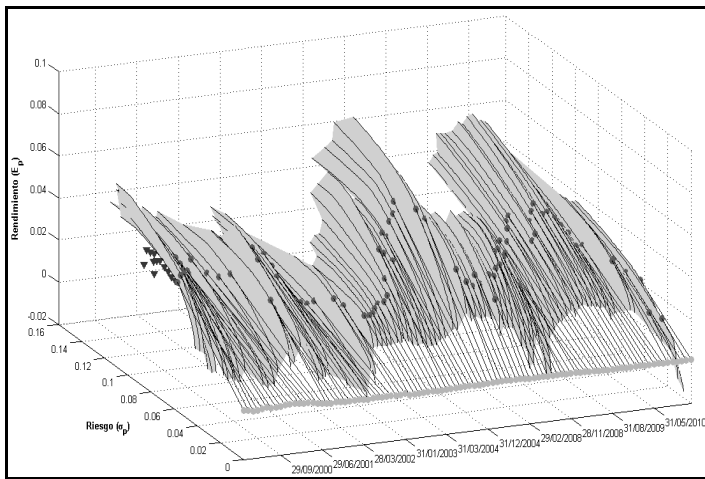
Gráfica 4
Comparativo de Índices de Sharpe históricos para w^* y el índice IPC



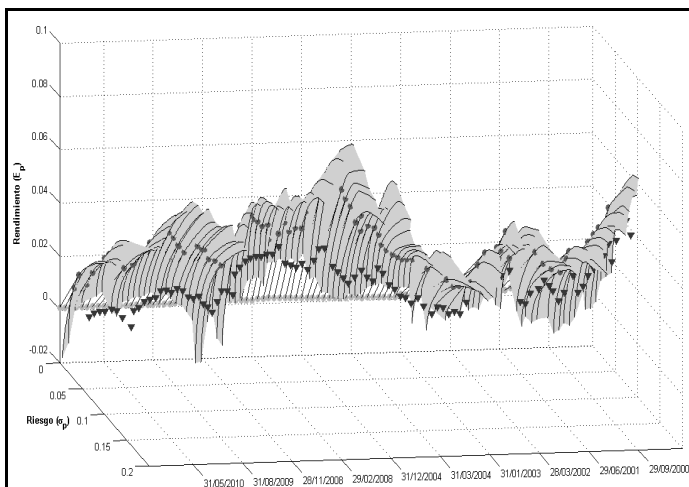
Para definir si una fecha t es considerada "atípica" se empleó el siguiente criterio estadístico:

$$t \text{ es "atípica"} \Leftrightarrow d_t > X_{80\%, g/l=1}^2 \quad (19)$$

Gráfica 5
Histórico de fronteras eficientes comparados con el nivel de riesgo y rendimiento del IPC (muestra sin fechas "atípicas", vista frontal)



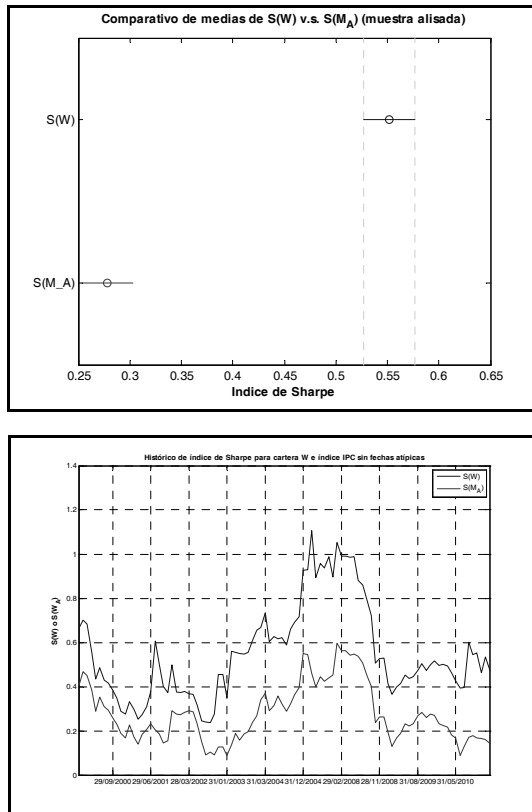
Gráfica 6
Histórico de fronteras eficientes comparados con el nivel de riesgo y rendimiento del IPC (muestra sin fechas "atípicas", vista inferior)



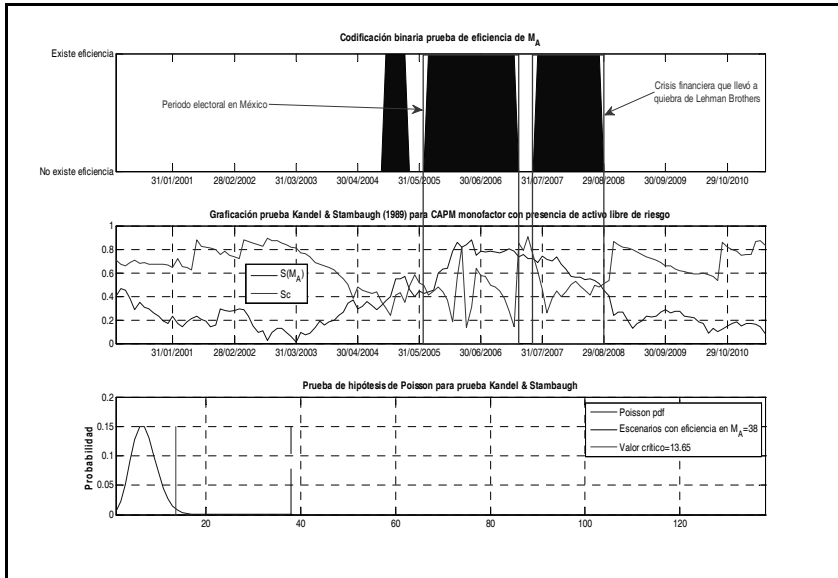
Las fechas que se identificaron como atípicas fueron eliminadas junto con sus observaciones de S_{w^*} y S_M , situación que llevó al comparativo de fronteras eficientes w^* y M expuesto en las gráficas cinco y seis, así como al comparativo de índices de Sharpe de la gráfica siete.

Al igual que en los comparativos realizados en las gráficas dos a cuatro, se puede apreciar que esta definición de cartera de mercado es “ineficiente” por lo que, recordando la naturaleza muestral de los datos con que se trabaja, se calculó el estadístico S_c de Kandel y Stambaugh tanto para la muestra de índices de Sharpe original como la segunda versión que excluye las fecha consideradas “atípicas”. Los resultados se exponen en la gráficas ocho y nueve.

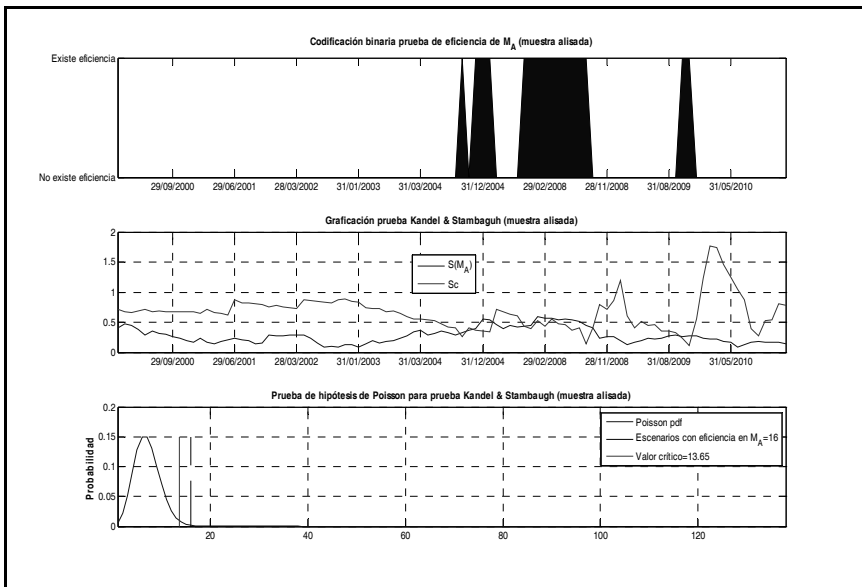
Gráfica 7
Comparativo de Índices de Sharpe históricos para w^* y el índice IPC
(sin fechas “atípicas”)



Gráfica 8
Resultados de la prueba de Kandel y Stambaugh observados de manera histórica (muestra completa)



Gráfica 9
Resultados de la prueba de Kandel y Stambaugh observados de manera histórica (Sin fechas atípicas)



Para el caso de la muestra completa, se puede apreciar, en la gráfica ocho, que sólo en 38 de las 138 fechas simuladas, se tiene que el IPC se encuentra en la zona de aceptación comprendida. Es decir, en donde $S_M \geq S_c$. En la parte intermedia de la misma gráfica se aprecia la relación entre S_{w^*} y S_c . En la inferior la prueba de hipótesis con probabilidad de Poisson, la cual lleva a aceptar la eficiencia del IPC como cartera de mercado el ser ésta estadísticamente próxima a la frontera eficiente ξ . Sin embargo, dada la sospecha que se tenía desde la revisión a la gráfica cuatro y al realizar la misma comparativa eliminando las fechas consideradas “atípicas” (gráfica nueve), se puede observar que los resultados dan un giro importante al reducirse la cantidad de fechas de 38 a 16, situación que si bien permite considerar al IPC como una definición de cartera de mercado “financieramente eficiente” y aceptable en términos estadísticos, no deja de poner en duda la validez del mismo dada la cantidad baja de fechas en que se cumple la regla de aceptación dada en (17), por lo que sería de interés realizar pruebas más exhaustivas para confirmar este resultado en el futuro.

V. CONCLUSIONES

En el presente artículo se acepta, de manera preliminar al IPC como aproximación de la cartera del mercado bursátil mexicano. Por tanto, la competitividad de las sociedades de inversión y ETF's que replican el mismo dentro de sus políticas de inversión resulta preliminarmente aceptable y adecuada. Sin embargo, esto se aprueba partiendo de una perspectiva netamente estadística en virtud de los resultados de una prueba de frecuencias con distribución de probabilidad Poisson.

Tal como se observó a lo largo de los resultados de las simulaciones, los índices de Sharpe de M fueron observablemente inferiores a los logrados con una cartera óptima w^* obtenida con el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner y el número de fechas en las que la propiedad de eficiencia es aceptada con el estadístico de Kandel y Stambaugh fue baja. Esto lleva a mantener la duda de si realmente el IPC es una aproximación de cartera de mercado aceptable y, por ende, tanto los modelos de valoración como los procesos de selección de carteras no tienen niveles de eficiencia inferiores a los que se lograrían con otro tipo de conjunto de activos objeto de inversión, situación que redundaría en que las sociedades de inversión y ETF's que empleen al IPC como referencia serían poco competitivas frente a otras que utilicen referencias que sí cumplan con el criterio estudiado.

VI. BIBLIOGRAFÍA

- AMIHUD, Y. & MENDELSON, H., “Asset pricing and the bid-ask spread”, en *Journal of Finance*, 44 / 22 (1986) 479-486.
- BLACK, F., “Capital market equilibrium with restricted borrowing”, en *Journal of Business*, 45 / 3 (1972) 444-454.
- BLACK, F. & LITTERMAN, R., “Global asset allocation: Combining investor views with market equilibrium”, en *The Journal of Fixed Income*, 1/2 (1990) 7-18.
- BLOOMBERG INC., *Bloomberg Professional Software*, New York 2010.
- CHOW, G., KRITZMAN, M. & LOWRY, K., “Optimal portfolios in good times and bad”, en *Financial Analysts Journal* 55/3 (1999) 65-73.
- ELTON, E., GRUBER, M. & PADBERG, M., “Simple criteria for optimal portfolio selection”, en *Journal of Finance*, XI/5 (1976) 1341-1357.
- FAMA, E. & MACBETH, J., “Risk, return and equilibrium: Empirical tests”, en *Journal of Political Economy*, 81/3 (1973) 607-636.
- FAMA, E., MACBETH, J. & SCHWERT, G., “Asset returns and inflation”, en *Journal of Financial Economics* 5/2 (1977) 115-146.
- FRANKFURTER, G., “The effect of market indexes on the ex-post performance of the Sharpe selection model”, en *The Journal of Finance* 31/3 (1976) 949-955.
- HEATON, J. & LUCAS, D., “Portfolio choice and asset prices: the importance of entrepreneurial risk”, en *The Journal of Finance*, 55/3 (2000) 1163-1198.
- IBBOTSON, R., “The importance of asset allocation”, en *Financial Analysts Journal*, 66/2 (2010) 18-20.
- IBBOTSON, R. & KAPLAN, P., “Does asset allocation policy explain 40, 90 or 100 percent of performance?”, en *Financial Analysts Journal*, 56/1 (2000) 26-33.
- KANDEL, S. & STAMBAUGH, R., “A mean-variance framework for tests of asset pricing models”, en *The Review of Financial Studies*, 2 /2 (1989) 125-156.

- LÓPEZ HERRERA, F., “¿Es igual el riesgo sistemático al medir la beta del CAPM mediante dos indicadores diferentes del rendimiento del mercado?: estudio empírico en la Bolsa Mexicana de Valores”, en *Contaduría y Administración*, 197 (2000) 5-15.
- MARKOWITZ, H., “Portfolio selection”, en *The Journal of Finance*, 7/1 (1952) 77-91.
- MARKOWITZ, H., *Mean-Variance analysis in portfolio choice and capital markets*, New York, (1987).
- MARTÍNEZ, I. & DE LA TORRE, O., “Estudio estadístico del empleo del índice bursátil Ibex35 como cartera óptima en condiciones de equilibrio en el mercado de valores español: análisis del periodo 2002-2010”, en *Anuario Jurídico y Económico Escurialense*, XLIV (2011) 101-120.
- MERTON, R., *Continuous-time finance*, Oxford (1992).
- ROLL, R., “A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory”, en *Journal of Financial Economics*, 4/2 (1977) 129-176.
- SAMUELSON, P., “Rational Theory of Warrant Prices”, en *Industrial Management Review*, 6/2 (1965) 13-39.
- SANSORES, E., “El modelo de valuación de activos de capital aplicado a mercados financieros emergentes. El caso de México 1997-2006”, en *Contaduría y Administración* 226 (2008) 93-111.
- SHARPE, W., “Capital Asset Prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk”, en *The Journal of Finance*, 29 (1964) 425-442.
- SHARPE, W., “Mutual fund Performance”, en *Journal of Business*, 39 (1966) 49-58.
- TREYNOR, J. & BLACK, F., “How to Use Security Analysis to Improve Portfolio Selection”, en *The Journal of Business*, 46 /1 (1973) 66-86.
- TREYNOR, J., “How to Rate Management of Investment Funds”, en *Harvard Business Review*, 43 (1965) 63-75.