

# **El Índice de Producción Industrial de Asturias, Cantabria y La Rioja**

*The Industrial Production Index of Asturias, Cantabria and La Rioja*

**Dr. Agustín ALONSO RODRÍGUEZ**

Real Centro Universitario

“Escorial-María Cristina”

San Lorenzo del Escorial

**Resumen:** En este trabajo se relacionan dinámicamente los Índices de Producción Industrial de Asturias, Cantabria y La Rioja, mediante un modelo de series temporales múltiple autorregresivo de orden 1: VAR(1). Una vez estimado el modelo VAR y considerados sus elementos integrantes, se analiza también la respuesta impulso a un shock aleatorio unitario inducido en cada serie, y por último se presenta la descomposición de la varianza del error de predicción para el Índice de Producción Industrial de cada una de las tres Comunidades.

**Abstract:** In this paper a dynamic relationship is formulated for the Industrial Production Index (IPI) of Asturias, Cantabria and La Rioja, three Autonomous Regions (Comunidades Autónomas) of the North of Spain, of similar administrative regime. A vector autorregresive model of order one, VAR(1), is estimated, the results are presented and the related impulse response and forecast error variance decomposition, are also considered.

**Palabras clave:** Índice de Producción Industrial, IPI, INE, Principado de Asturias, Comunidad Autónoma de Cantabria, Comunidad Autónoma de La Rioja, modelos VAR, análisis de la respuesta impulso, descomposición de la varianza del error de predicción, software: R, RATS, MTS, VARS.

**Keywords:** Industrial Production Index (IPI), Autonomous Regions of Spain: Asturias, Cantabria, La Rioja, VAR models, impulse response, forecast error variance decomposition, software: R, RATS, MTS, VARS.

**Sumario:**

## **I. Introducción.**

- II. El Índice de Producción Industrial.**
- III. Las series históricas del Índice de Asturias, Cantabria y La Rioja.**
- IV. Modelos VAR.**
- V. El modelo VAR(1) para Asturias, Cantabria y La Rioja.**
- VI. Análisis de la respuesta impulso.**
- VII. La descomposición de la varianza del error de predicción.**
- VIII. Conclusiones.**
- IX. Bibliografía.**

**Recibido: septiembre 2014.**

**Aceptado: noviembre 2014.**

## **I. INTRODUCCION**

En este trabajo se relacionan dinámicamente los Índices de Producción Industrial del Principado de Asturias y de las Comunidades Autónomas de Cantabria y La Rioja. Son tres comunidades autónomas de régimen administrativo general, situadas en la mitad norte de España. El orden en que se mencionan es arbitrario, pero si hay que buscar una razón para justificarlo, se puede acudir al movimiento rotativo terrestre, de oeste a este, y a su ordenamiento alfabético. Hay que señalar que en un modelo VAR, el ordenamiento de sus componentes tiene consecuencias estadísticas, como se indicará más adelante.

## **II. EL ÍNDICE DE PRODUCCIÓN INDUSTRIAL**

El Índice de Producción Industrial (IPI) mide la evolución mensual de la actividad productiva de las ramas industriales, excluida la construcción, es decir, de las ramas extractivas, manufactureras y de producción y distribución de energía eléctrica, agua y gas. Y por primera vez, tomando como año base el 2010, se incorpora también la división 36 de la sección E de la Clasificación Nacional de Actividades Económicas-2009 (CNAE-2009), a saber, la captación, depuración y distribución del agua.

El IPI refleja la evolución conjunta de la cantidad y calidad de la actividad industrial, tras eliminar el influjo de los precios.

El Instituto Nacional de Estadística (INE) para la obtención del IPI investiga cada mes más de 11500 establecimientos, en los que se obtiene información de los productos más representativos de todas las ramas de la actividad.

La metodología del INE para su elaboración está armonizada con la de los países de la Unión Europea. Entre los aspectos relevantes a destacar está el de la actualización de la muestra y el cambio del año base.

El IPI con año base 2010, el aquí utilizado, ha incorporado actividades nuevas, como las ya mencionadas de la cuenta número 36, y ha completado ramas de actividad como las del grupo 33.1: reparación de productos mecánicos, maquinaria y equipo. Así mismo, ha incluido productos nuevos, como construcción

prefabricada de madera, servicios de impresión, vehículos de motor eléctrico y/o híbrido, y otros servicios relacionados con la industria del mueble.

Al elaborar el IPI, el INE presenta tres series: la general y las corregidas, a) teniendo en cuenta el efecto calendario, eliminando el influjo del número de días laborables de las diferentes Comunidades Autónomas, y b) además del efecto calendario, teniendo en cuenta la estacionalidad. En este trabajo, es la serie general la utilizada.

En la página web del INE pueden verse otros detalles tenidos en cuenta para la elaboración del IPI, así como las ponderaciones utilizadas para los distintos bienes, etc.

Además de la información elaborada por el INE, cada Comunidad Autónoma tiene un departamento de estudios, que de forma continua publica sus análisis sobre la evolución del respectivo IPI.

### III. LAS SERIES HISTÓRICAS DEL ÍNDICE DE ASTURIAS, CANTABRIA Y LA RIOJA

Las tres Comunidades Autónomas consideradas en este trabajo son Asturias, Cantabria y La Rioja. Las series del IPI correspondiente van desde enero de 2010 hasta julio de 2014; un total de 55 observaciones por serie.

La evolución conjunta de las tres series temporales del IPI viene recogida en la figura 1.

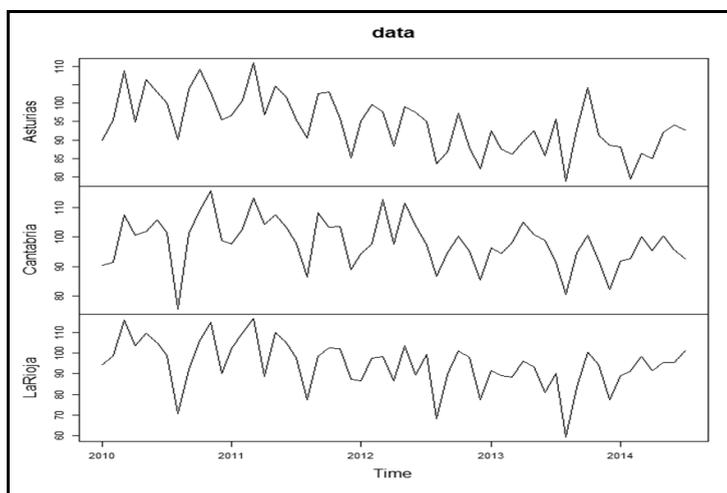


Figura 1

A simple vista, las tres series muestran un comportamiento estacionario. Los estadísticos básicos: media y desviación típica de cada serie son:

media:

Asturias	Cantabria	LaRioja
94.49680	98.16033	94.57955

desviación típica :

Asturias	Cantabria	LaRioja
7.639820	8.234829	11.474266

#### IV. MODELOS VAR

Utilizamos el modelo VAR para Asturias, Cantabria y La Rioja por ser sus Índices de Producción Industrial tres series estacionarias. Estos modelos permiten estudiar la relación dinámica entre sus elementos integrantes, en este caso, entre las series del IPI de las tres comunidades autónomas referidas, y, además, permiten mejorar las predicciones. En este trabajo, sin embargo, es el aspecto dinámico el centro de atención.

Recordemos algunos detalles básicos de los modelos VAR estacionarios.

Tsay, (2014, p. 27), destaca que es el modelo más utilizado para el tratamiento de series múltiples, especialmente en econometría, y enumera las siguientes razones, como justificación:

- Son fáciles de estimar (Mínimos cuadrados, Bayes, Máxima verosimilitud.)
- Sus propiedades han sido estudiadas con detalle en la literatura, y
- Se asemejan al modelo multivariante de regresión utilizado en estadística.

Podemos escribir el modelo VAR de orden  $p$ , en forma compacta como sigue:

$$z_t = A_0 + \sum_{i=1}^p A_i z_{t-i} + a_t$$

Siendo:

$z_t$  vector de dimensiones  $k \times 1$

$A_0$  vector de constantes, de dimensione  $k \times 1$

$A_i$  matriz de dimensiones  $k \times k$  para  $i > 0$  y  $A_p \neq 0$ .

$a_t$  secuencia de vectores iid  $k \times 1$ , con media cero y matriz de varianzas y covarianzas  $\Sigma_a$  positiva definida.

Nuestros tres IPI se ajustan a un VAR(1). Para destacar la importancia de este VAR(1), detengámonos en un VAR(1) bivariante:

$$z_t = A_0 + A_1 z_{t-1} + a_t$$

O más explícitamente

$$\begin{pmatrix} z_{1,t} \\ z_{2,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{1,0} \\ a_{2,0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{1,t-1} \\ z_{2,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{1,t} \\ a_{2,t} \end{pmatrix}$$

que nos permite escribir

$$z_{1,t} = a_{1,0} + a_{11}z_{1,t-1} + a_{12}z_{2,t-1} + a_{1,t}$$

$$z_{2,t} = a_{2,0} + a_{21}z_{1,t-1} + a_{22}z_{2,t-1} + a_{2,t}$$

Relaciones que evidencian que  $a_{12}$  muestra la dependencia lineal de  $z_{1,t}$  con  $z_{2,t-1}$  teniendo en cuenta a  $z_{1,t-1}$ . Así mismo,  $a_{21}$  mide la relación lineal entre  $z_{2,t}$  con  $z_{1,t-1}$  en presencia de  $z_{2,t-1}$ .

Con esta formulación, cabe destacar dos situaciones. Primera, si los elementos fuera de la diagonal principal fueran cero, entonces  $z_{1,t}$  y  $z_{2,t}$  no estaría relacionados dinámicamente, y cada serie tendría su propio modelo ajustado. Ambas series se dirían no-acopladas. La otra situación a señalar se da cuando  $a_{12}=0$  y  $a_{21} \neq 0$ . Tendríamos

$$z_{1,t} = a_{1,0} + a_{11}z_{1,t-1} + a_{1,t}$$

$$z_{2,t} = a_{2,0} + a_{21}z_{1,t-1} + a_{22}z_{2,t-1} + a_{2,t}$$

En cuyo caso  $z_{1,t}$  no depende de  $z_{2,t}$  pero  $z_{2,t}$  depende de los valores retardados de  $z_{1,t}$ . Es el caso de los modelos de transferencia utilizados en ingeniería, y en el ámbito de la econometría estaríamos ante un ejemplo de causalidad a lo Granger: causando  $z_{1,t}$  a  $z_{2,t}$  pero no causando  $z_{2,t}$  a  $z_{1,t}$ .

Para el bivariante VAR(1) en consideración, si la matriz de varianzas y covarianzas  $\Sigma_a$  no es diagonal, entonces  $z_{1,t}$  y  $z_{2,t}$  están contemporáneamente correlacionados. En cuyo caso  $z_{1,t}$  y  $z_{2,t}$  presentan causalidad a lo Granger instantánea, que va en ambas direcciones.

Por último, destacar que los modelos VAR(p) son siempre invertibles. Y por lo que a la estacionariedad se refiere, la condición necesaria y suficiente es que la solución de la ecuación característica tenga sus valores mayores a la unidad, en valor absoluto.

## V. EL MODELO VAR(1) PARA ASTURIAS, CANTABRIA Y LA RIOJA

En nuestro caso el vector  $z_t$  está formado por

$$z_t = \begin{pmatrix} z_{1,t} \\ z_{2,t} \\ z_{3,t} \end{pmatrix}$$

Correspondiendo  $z_{1,t}$  al IPI de Asturias;  $z_{2,t}$  al IPI de Cantabria y  $z_{3,t}$  al IPI de La Rioja. Cada una de estas series consta de 55 observaciones mensuales, desde enero de 2010 a julio de 2014.

Tras los preceptivos análisis previos, el modelo más apropiado para nuestro caso es un VAR(1). Con ayuda del paquete MTS de Ruey Tsay, la estimación por mínimos cuadrados arroja el siguiente resultado:

```
m = VAR(datos,p=1)
Constant term:
Estimates:  54.90834  59.34705  54.36744
Std.Error:  13.57013  15.6159  22.35231
AR coefficient matrix
AR( 1 )-matrix
      [,1]      [,2]      [,3]
[1,]  0.721 -0.07343 -0.22505
[2,]  0.350  0.26930 -0.21794
[3,]  0.421  0.00987 -0.00565
standard error
      [,1]      [,2]      [,3]
[1,]  0.200  0.203  0.159
[2,]  0.230  0.234  0.183
[3,]  0.329  0.335  0.262

Residuals cov-mtx:
      [,1]      [,2]      [,3]
[1,]  44.6994  36.26420  56.94740
[2,]  36.2642  59.19270  67.75882
[3,]  56.9474  67.75882  121.27704
```

```

det(SSE) = 44069.57
AIC = 11.0208
BIC = 11.34927
HQ = 11.14782

```

Este modelo presenta coeficientes estimados no estadísticamente significativos al usual  $\alpha=0.5$  nivel de significación, por lo que se puede simplificar eliminando los coeficientes no significativos. Obtenemos así,

```

m2 = refVAR(m,thres=1.96)
Constant term:
Estimates: 52.54908 69.37336 54.70093
Std.Error: 11.79054 13.47968 18.96925
AR coefficient matrix
AR( 1 )-matrix
      [,1] [,2] [,3]
[1,] 0.703  0 -0.259
[2,] 0.306  0  0.000
[3,] 0.422  0  0.000
standard error
      [,1] [,2] [,3]
[1,] 0.192  0 0.128
[2,] 0.142  0 0.000
[3,] 0.200  0 0.000

Residuals cov-mtx:
      [,1] [,2] [,3]
[1,] 44.81589 35.83704 56.93175
[2,] 35.83704 61.24146 67.82200
[3,] 56.93175 67.82200 121.27922

det(SSE) = 49210.95
AIC = 10.94933
BIC = 11.09531
HQ = 11.00578
>

```

Es decir:

$$\begin{pmatrix} z_{1,t} \\ z_{2,t} \\ z_{3,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 52.55 \\ 69.37 \\ 54.70 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.703 & 0 & -0.259 \\ 0.306 & 0 & 0 \\ 0.422 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{1,t-1} \\ z_{2,t-1} \\ z_{3,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{1,t} \\ a_{2,t} \\ a_{3,t} \end{pmatrix}$$

con

$$\hat{\Sigma}_a = \begin{pmatrix} 44.8 & 35.8 & 56.9 \\ 35.8 & 61.2 & 67.8 \\ 56.9 & 67.8 & 121.3 \end{pmatrix}$$

Al no ser una matriz diagonal, las tres series del IPI están correlacionadas contemporáneamente, y en consecuencia, presentan causalidad a lo Granger instantánea, que va en las tres direcciones.

El modelo estimado tiene ahora los coeficientes estadísticamente significativos, y los residuos validan el modelo por su comportamiento. Podemos, por tanto, pasar a comentar los resultados.

Escribiendo las ecuaciones por separado, tenemos:

$$\text{IPI de Asturias: } \hat{z}_{1,t} = 52.55 + 0.703z_{1,t-1} - 0.259z_{3,t-1}$$

$$\text{IPI de Cantabria: } \hat{z}_{2,t} = 69.37 + 0.306z_{1,t-1}$$

$$\text{IPI de La Rioja: } \hat{z}_{3,t} = 54.70 + 0.422z_{1,t-1}$$

Que podemos glosar en palabras diciendo:

- a) El IPI de Asturias no depende del IPI de Cantabria retardado un periodo, en presencia del IPI de La Rioja retardado un periodo;
- b) El IPI de Cantabria sólo depende del IPI de Asturias, y no depende del IPI retardado un periodo de La Rioja;
- c) El IPI de La Rioja sólo depende del IPI retardado un periodo del IPI de Asturias, y no depende del IPI retardado un periodo de Cantabria.
- d) Resulta destacado el IPI de Asturias y su influjo en el IPI de Cantabria y en el de La Rioja.

## VI. ANÁLISIS DE LA RESPUESTA IMPULSO

Los modelos VAR(p) permiten establecer la relaciones dinámicas entre las variables del sistema, pero también permiten explorar dicha relación desde otros puntos de vista.

Con frecuencia interesa conocer los efectos del cambio inducido en una variable, sobre su propia evolución y sobre la evolución de las demás variables del sistema. Este tipo de estudio recibe el nombre de análisis de la respuesta impulso o análisis del multiplicador.

La función respuesta impulso mide el efecto de un shock aleatorio inducido sobre una variable, sobre ella misma y sobre el resto de las variables.

Tratándose de series estacionarias, los efectos del shock aleatorio se perciben mejor acudiendo a la representación MA del modelo VAR(p). En nuestro VAR(1), podemos escribir  $z_t$  acudiendo a la perturbaciones iid  $a_t$ , es la versión  $MA(\infty)$  del proceso:

$$z_t = \mu + a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \theta_3 a_{t-3} + \dots$$

O, en forma compacta:

$$z_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \theta_i a_{t-i}; \theta_0 = 1 .$$

Si hacemos cero todos los valores de  $a_t$  salvo uno:  $a_{t-k}=1$ , por sustituciones sucesivas, tenemos:

$$\begin{aligned} z_{t-k} - \mu &= \theta_{t-k} \\ z_{t-k-1} - \mu &= \theta_{t-k-1} \\ &\vdots \\ z_t - \mu &= \theta_t \end{aligned}$$

Esta sucesión de valores  $\theta_i$  se conoce como la función respuesta en  $z_t$  al impulso unitario inducido en  $a_t$ .

El hecho de alterar un solo elemento de  $a_t$  permaneciendo constantes los demás, no parece muy realista, porque si los elementos de  $a_t$  estuvieran correlacionados como mostraría  $\Sigma_a$ , no cabría aislar el efecto en  $z_t$  de un cambio en  $a_t$ . En nuestro caso, no sería posible establecer el impacto de un shock aleatorio en el IPI, por ejemplo, de Asturias en el IPI de Asturias y en los IPI de las otras dos Comunidades Autónomas.

Como posible solución a esta situación, cabe utilizar la descomposición de Cholesky de la matriz  $\Sigma_a$ . Ello es factible por ser esta matriz real, simétrica y definida positiva. Tendríamos la matriz  $P$  y su traspuesta, de forma que  $\Sigma_a = PP'$  y, en definitiva  $P' \Sigma P^{-1} = I$ . Con ayuda de  $P^{-1}$  es posible convertir  $a_t$  en un vector de perturbaciones incorrelacionadas  $e_t$ . Es decir

$$z_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \theta_i PP^{-1} a_{t-i} = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} B_i e_{t-i}$$

tras hacer  $B_i = \theta_i P$  y  $e_t = P^{-1} a_t$ . Los elementos de  $B_i$  constituyen la respuesta impulso ortogonalizada del impacto de un shock inducido en  $e_t$  sobre  $z_t$ .

Hay que mencionar el detalle o problema de que al ortogonalizar la matriz  $\Sigma_a$ , el orden de las variables en  $z_t$  es transmitido a la matriz  $\Sigma_a$ . Es decir, que el orden de las variables en  $z_t$  tiene sus consecuencias. Esta artificialidad se podría aceptar como el coste por clarificar la respuesta del sistema al impulso unitario en los nuevos  $e_t$  incorrelacionados.

Llegados aquí, hay que mencionar otras variantes de la respuesta impulso. La respuesta impulso acumulada

$$\underline{\theta}_n = \sum_{i=0}^n \theta_i$$

muestra el efecto acumulado trascurridos  $n$  periodos. Y si se considera el total acumulado sobre todos los periodos futuros, se llega al multiplicador total o a largo plazo:

$$\theta_{\infty} = \sum_{i=0}^{\infty} \theta_i.$$

Vengamos a nuestro caso. Se induce un impulso unitario en la serie  $e_t$  del IPI de Asturias. El efecto sobre el IPI de Asturias, de Cantabria y de La Rioja, con ayuda del paquete RATS, viene dado en la siguiente tabla, y representado en la figura 2.

## Responses to Shock in ASTURIAS

Entry	ASTURIAS	CANTABRIA	LARIOJA
1	6.6944667	5.3532328	8.5042991
2	2.5074077	2.0486740	2.8244802
3	1.0324383	0.7673294	1.0579070
4	0.4522840	0.3159519	0.4355988
5	0.2053328	0.1384102	0.1908243
6	0.0950120	0.0628370	0.0866325
7	0.0443950	0.0290761	0.0400868
8	0.0208454	0.0135860	0.0187308
9	0.0098115	0.0063792	0.0087949
10	0.0046236	0.0030026	0.0041396
11	0.0021801	0.0014149	0.0019508
12	0.0010283	0.0006672	0.0009198

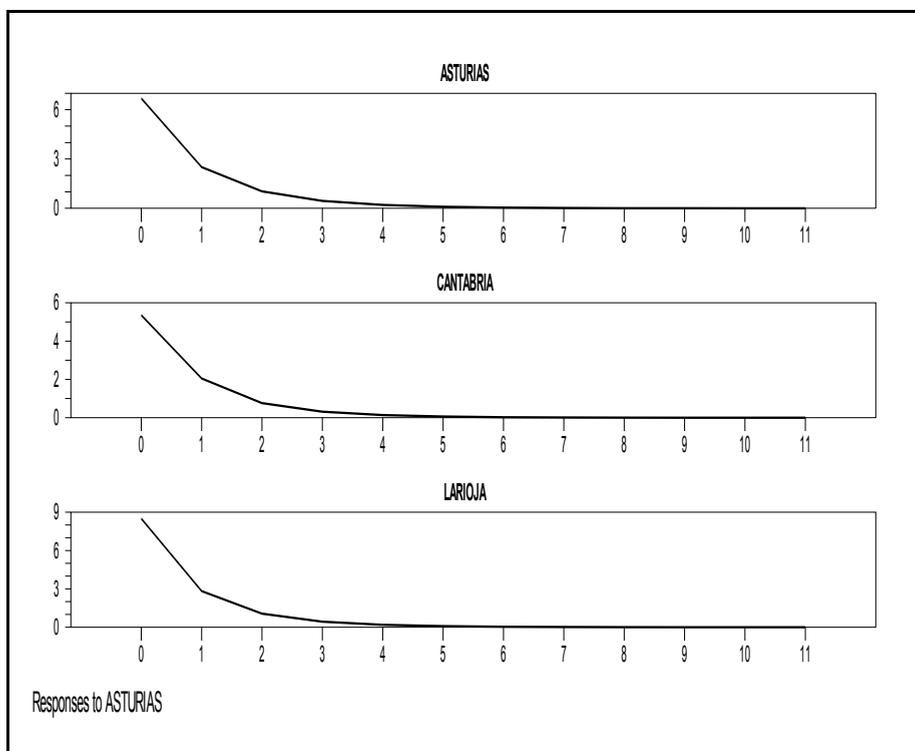


Figura 2

A la vista de esta figura cabe afirmar que el efecto del shock decrece o se anula rápidamente, algo lógico por tratarse de series estacionarias.

Pasemos al IPI de Cantabria. El shock unitario inducido en su ecuación, da como resultado:

Responses to Shock in CANTABRIA

Entry	ASTURIAS	CANTABRIA	LARIOJA
1	0.0000000	5.7082713	3.9060006
2	-1.0099615	0.0000000	0.0000000
3	-0.7100218	-0.3090734	-0.4261155
4	-0.3889794	-0.2172844	-0.2995672
5	-0.1960017	-0.1190374	-0.1641153
6	-0.0953582	-0.0599814	-0.0826956
7	-0.0456562	-0.0291820	-0.0402328
8	-0.0216943	-0.0139720	-0.0192629
9	-0.0102708	-0.0066390	-0.0091531
10	-0.0048539	-0.0031431	-0.0043334
11	-0.0022919	-0.0014854	-0.0020479
12	-0.0010817	-0.0007014	-0.0009670

Resultado representado en la figura 3.

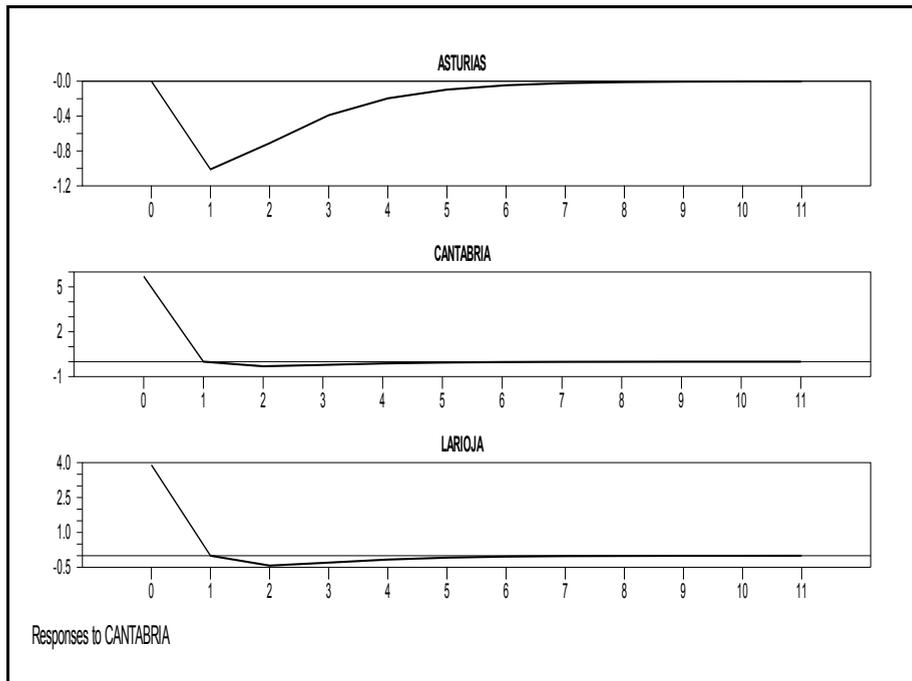


Figura 3

También aquí el impacto tiende a anularse pasado los primeros periodos, si bien ahora pasando por valores negativos.

Por último, pasemos al IPI de La Rioja. El shock unitario en su  $e_t$  produce el siguiente resultado:

Responses to Shock in LARIOJA

Entry	ASTURIAS	CANTABRIA	LARIOJA
1	0.0000000	0.0000000	5.8051075
2	-1.5010071	0.0000000	0.0000000
3	-1.0552362	-0.4593457	-0.6332939
4	-0.5781022	-0.3229286	-0.4452175
5	-0.2912983	-0.1769137	-0.2439086
6	-0.1417215	-0.0891445	-0.1229024
7	-0.0678544	-0.0433703	-0.0597941
8	-0.0322422	-0.0207651	-0.0286286
9	-0.0152644	-0.0098669	-0.0136034
10	-0.0072138	-0.0046713	-0.0064403
11	-0.0034062	-0.0022076	-0.0030436
12	-0.0016077	-0.0010424	-0.0014371

Resultado que viene representado en la figura 4.

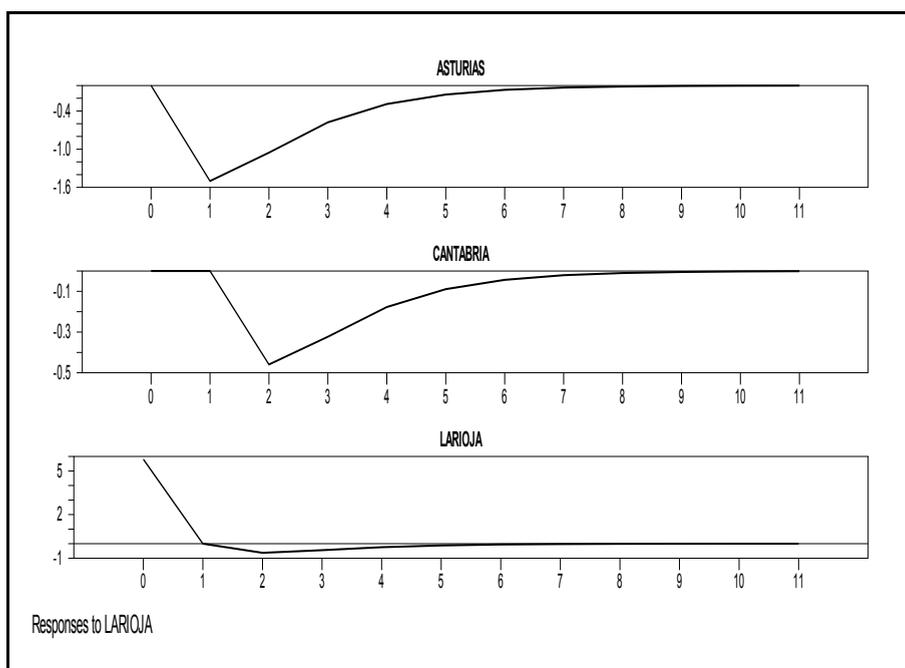


Figura 4

De nuevo el impacto tiende a cero rápidamente, y pasando por valores negativos. En los tres casos es muy transitorio el efecto del shock, habida cuenta de la estacionariedad de las series.

## VII. LA DESCOMPOSICIÓN DE LA VARIANZA DEL ERROR DE PREDICCIÓN

Otra manera de examinar la relación entre las variables de un VAR consiste en acudir a la descomposición de la varianza del error de predicción, ya que nos permite medir la fracción de la varianza del error de predicción de una variable del sistema debido al shock inducido sobre ella misma y sobre las demás variables del sistema. En otras palabras, nos permite atribuir los errores de las predicciones a su fuente.

Hay que volver a repetir aquí la problemática derivada del orden establecido entre las variables en  $z_t$ , que es relevante.

En nuestro caso. Comenzando por Asturias, y con ayuda del paquete RATS, obtenemos:

Decomposition of Variance for Series ASTURIAS

Step	Std Error	ASTURIAS	CANTABRIA	LARIOJA
1	6.6944667	100.000	0.000	0.000
2	7.3740100	93.981	1.876	4.143
3	7.5537809	91.429	2.671	5.900
4	7.5993206	90.690	2.901	6.408
5	7.6101976	90.504	2.959	6.536
6	7.6127073	90.460	2.973	6.567
7	7.6132760	90.450	2.976	6.574
8	7.6134038	90.448	2.977	6.575
9	7.6134323	90.447	2.977	6.576
10	7.6134387	90.447	2.977	6.576

En la primera columna aparece el error estándar de la predicción para el IPI de Asturias. El resto de las columnas muestra la descomposición del mismo. La suma de cada fila es el total a cada paso hacia adelante. Por ejemplo, en la predicción un periodo hacia adelante, en el primer paso, el 100% de la varianza se debe al shock inducido en el IPI de Asturias. En el segundo paso, el 93.981% de la varianza se debe al shock inducido en el IPI de Asturias, el 1.876% se debe shock en el IPI de Cantabria, y el 4.143% se debe al shock en el IPI de La Rioja. Y así sucesivamente. Cabe destacar la constancia de las aportaciones.

Pasando al shock inducido en el IPI de Cantabria, la descomposición de la varianza muestra el siguiente resultado:

## Decomposition of Variance for Series CANTABRIA

Step	Std Error	ASTURIAS	CANTABRIA	LARIOJA
1	7.8256925	46.794	53.206	0.000
2	8.0894084	50.206	49.794	0.000
3	8.1445594	50.416	49.266	0.318
4	8.1599735	50.376	49.151	0.474
5	8.1639325	50.356	49.124	0.520
6	8.1648813	50.350	49.118	0.532
7	8.1651004	50.348	49.117	0.535
8	8.1651501	50.348	49.117	0.535
9	8.1651612	50.348	49.117	0.535
10	8.1651637	50.348	49.117	0.535

Los comentarios son como en el caso anterior. Ahora lo más relevante es la insignificancia de la aportación de La Rioja, aportación insignificante a lo largo de todo el horizonte considerado.

Por último, el shock inducido en el IPI de La Rioja, aporta a la descomposición de la varianza del error de predicción de los IPI de Asturias y Cantabria, los siguientes porcentajes.

## Decomposition of Variance for Series LARIOJA

Step	Std Error	ASTURIAS	CANTABRIA	LARIOJA
1	11.0126843	59.634	12.580	27.787
2	11.3691207	62.125	11.804	26.072
3	11.4437191	62.172	11.789	26.039
4	11.4645721	62.091	11.814	26.095
5	11.4699282	62.060	11.824	26.116
6	11.4712118	62.052	11.826	26.122
7	11.4715083	62.050	11.827	26.123
8	11.4715754	62.050	11.827	26.123
9	11.4715905	62.050	11.827	26.123
10	11.4715939	62.050	11.827	26.123

Ahora la aportación de La Rioja aumenta, permaneciendo constante y superior a la participación de Cantabria.

Con ayuda del paquete VARS podemos representar gráficamente esta descomposición de la varianza del error de predicción. Viene en la figura 5.

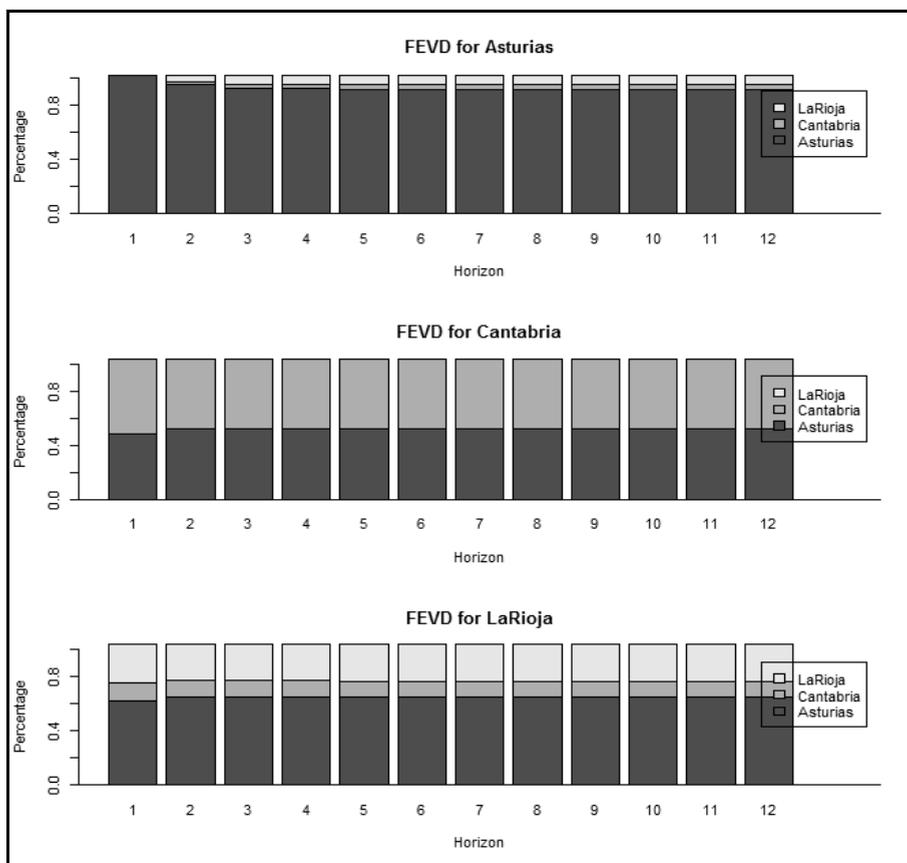


Figura 5

## VIII. CONCLUSIONES

A manera de resumen, hay que destacar el papel preponderante del IPI de Asturias, consecuencia de la larga tradición industrial, en el ámbito de la industria española, del Principado de Asturias.

## IX. BIBLIOGRAFÍA

- CARMONA, R., *Statistical Analysis of Financial Data in R*, Springer, New York, 2014, 2ª ed.
- ENDERS, W., *Applied Econometric Time Series*, John Wiley, Hoboken, 2004, 2ª ed.
- ESTIMA, software RATS, version 9, Evanston, Illinois, 2014.

- HAMILTON, J. D., *Time Series Analysis*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994.
- HYNDMAN, R. J., y ATHANASOPOULOS, G., *Forecasting, Principles and Practice*, OTexts, 2014.
- LU, CAO y ZHOU XIN, *Impulse-Response function Analysis: An application to macroeconomy data of China*, Department of Economics and Society, Högskolan Dalarna, Suecia, 2010, URL: [www.statistics.du.se/essays/D10\\_Xinzhou\\_lucao.pdf](http://www.statistics.du.se/essays/D10_Xinzhou_lucao.pdf).
- LÜTKEPOHL, H., *Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg, 1991.
- LÜTKEPOHL, H., *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg, 2007.
- LÜTKEPOHL, H. y KRÄTZIG, M., *Applied Time Series Econometrics*, Cambridge University Press, New York, 2004.
- MAKRIDAKIS, S.; WHEELWRIGHT, S. C., y HYNDMAN, ROB J. *Forecasting, Methods and Applications*, John Wiley, Hoboken, New Jersey, 1998, 3ª ed.
- MARTIN, V.; HURN, S., y HARRIS, D., *Econometric Modelling with Time Series: Specification, Estimation and Testing*, Cambridge University Press, New York, 2013.
- R, R CORE TEAM, A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2014. URL <http://www.R-project.org/>.
  - MTS, <http://cran.es.r-project.org/web/packages/MTS/>, 3-07-2014, autor: Ruey S. Tsay.
  - vars, <http://cran.es.r-project.org/web/packages/vars/>, 2-07-2014, autor: Bernhard Paff.
- REINSEL, G.C., *Elements of Multivariate Time Series Analysis*, Springer, New York, 1997, 2ª ed.
- TSAY, RUEY S., *Analysis of Financial Time Series*, John Wiley, Hoboken, New Jersey, 2010, 3ª ed.
- TSAY, RUEY S., *Multivariate Time Series Analysis*, John Wiley, Hoboken, New Jersey, 2014.