

# **El IBEX35 como Cartera Óptima del Mercado de Valores español: estudio estadístico del periodo 2002-2010**

**Isabel MARTÍNEZ TORRE-ENCISO**

Universidad Autónoma  
Madrid

**Oscar VALDEMAR DE LA TORRE TORRES**

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo  
Morelia, México

**Resumen:** Con un estudio empírico empleando un “*backtesting*” con simulaciones de eventos discretos y pruebas ANOVA unidireccionales, se observa que el IBEX35, considerado la cartera de mercado en condiciones de equilibrio en el mercado bursátil español, es ineficiente en comparación de una cartera óptima derivada mensualmente con el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner. Sin embargo, con datos de febrero de 2002 a Octubre de 2010, se observa que dicha condición de equilibrio podría cumplirse en el largo plazo.

**Abstract:** With an empirical test using a discrete event simulation backtest and some ANOVA I tests, it is noted that the IBEX35 index, known as the market portfolio in market equilibrium in the Spanish stock market, is inefficient against an optimal portfolio monthly attained with the Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner model. Nonetheless, with February 2002 to October 2010 historical data, it is also noted that the market equilibrium condition could be fulfilled in the long term.

**Palabras clave:** Teoría de Carteras, Modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner, Optimización de Carteras, Índices de Mercado, Condiciones de Equilibrio, Backtesting, Simulación Discreta por Eventos, Índice de Sharpe, prueba ANOVA Unidireccional.

**Keywords:** Portfolio Theory, Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner model, Portfolio Optimization, Market Indexes, Equilibrium Conditions, Backtesting, Discrete Event Simulation, Sharpe Ratio, ANOVA I Test.

**Sumario:**

- I. Introducción.**
- II. Planteamiento y revisión histórica.**
- III. Estudio empírico.**
  - 3.1. Base de datos.*
  - 3.2. Metodología empleada para el contraste teórico.*
  - 3.3. Resultados observados.*
- IV. Conclusión.**
- V. Bibliografía.**

**Recibido: enero de 2011.**

**Aceptado: marzo de 2011.**

## I. INTRODUCCIÓN

Desde su aparición en 1952, el modelo de H. Markowitz se ha convertido en un referente teórico fundamental en la selección de carteras de valores dando lugar a múltiples desarrollos, estudios y teorías posteriores, llegando incluso a considerársele como el padre de las finanzas modernas. A pesar del importante desarrollo teórico que esta teoría inicialmente suscitó y sus continuos avances hasta nuestros días, su utilización práctica no ha seguido la misma línea entre analistas financieros y gestores de carteras, pasando estos a utilizar otros modelos posteriores, más complejos y desarrollados unos y más simplificados otros, apartándose aparentemente y en cierta medida de los principios clásicos de la teoría básica.

El objetivo principal de este trabajo es demostrar, mediante un estudio empírico y un algoritmo creado para ello, que el modelo de Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner (MTSL) (Markowitz, H., 1987: 8) puede ser de gran utilidad en la práctica al ser capaz de proporcionar carteras óptimas que nos ofrezcan una mayor rentabilidad y menor riesgo que la cartera presentada por el índice IBEX35, cartera considerada por la teoría moderna como la “cartera de mercado” o “*benchmark*” del mercado de valores español.

Para realizar esta revisión se emplearon las conformaciones históricas mensuales del IBEX35 de febrero de 2001 a Mayo de 2010, así como los datos históricos mensuales de los rendimientos de las empresas incluidas en el mismo. Estos datos fueron procesados a través de una simulación discreta por eventos en la que se calcularon los parámetros de riesgo y rendimiento de cartera, de los cuales se obtuvieron series de tiempo del Índice de Sharpe (1966) tanto para la cartera del índice bursátil como de la cartera óptima derivada con el modelo de carteras mixtas. Las dos series fueron comparadas de manera visual contra un registro histórico de las fronteras eficientes y, posteriormente, fueron estudiadas con una prueba de Análisis de Varianza unidireccional y diagramas de caja.

Este estudio empírico permite observar la ineficiencia estadística y financiera que implica adquirir una cartera que siga el comportamiento y composición

de un índice de valor de mercado como el IBEX35, respecto a la elección de otra cartera óptima compuesta por los mismos activos financieros que el índice IBEX35, cartera obtenida o derivada de la frontera eficiente (Markowitz, H., 1952) y los principios del “Teorema de la Separación” de James Tobin (1958) a través del modelo de Markowitz-Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner (MTSL). Con todo ello se comprobó a la vez la ineficiencia del Índice como representante de la cartera de mercado teórica. Con los resultados de la revisión, se deja abierta la puerta a futuras investigaciones sobre el empleo de éste como mecanismo de control periódico para la gestión activa en el mercado de valores español.

## II. PLANTEAMIENTO Y REVISIÓN HISTÓRICA

Se indica en la introducción de éste trabajo cómo la revolución teórica provocada por el artículo de H. Markowitz en 1952 “Portfolio Selección” y la posterior edición de su libro “Portfolio Selección, Efficient Diversification of Investments” en 1959, no provocó la misma reacción y desarrollo en la práctica entre los analistas financieros y gestores de carteras. Se ha escrito mucho sobre las causas de este, en principio, “escaso” desarrollo práctico, entre las que destaca la inicial complejidad matemática del modelo<sup>1</sup>. Precisamente W. Sharpe en 1964 y 1978, realizó una simplificación al suponer una relación lineal entre el rendimiento del título y el de la cartera de mercado<sup>2</sup>, definiendo el riesgo de la cartera sin utilizar las covarianzas. Sin embargo, los avances econométricos y de programación actuales, no justifican la no utilización del modelo base como demuestran, entre otros, las simplificaciones de Elton, Gruber y Padberg (1978), Konno y Yamazaki (1992), Burgess y Bey (1998) o Simaan (1997).

Las razones de su poca utilización son otras como indican Mendizabal, Miera y Zubia (2002: 34-35) desde algunas hipótesis restrictivas que tiene el modelo, pasando por la forma que tienen los gestores de tomar decisiones o la simple relajación de las bases de la teoría. En cuanto a las hipótesis restrictivas contenidas en el modelo como las relativas a determinar en la segunda fase la función de utilidad o la aversión al riesgo del decisor o inversor, pasando por la consideración de la divisibilidad de los títulos o el no poder realizar ventas en corto, son inconvenientes que podrían solucionarse con la introducción en

---

<sup>1</sup> Complejidad matemática en un doble sentido: por una parte, el algoritmo de resolución del programa cuadrático paramétrico era complejo; por otra parte, el número de estimaciones de esperanzas, varianzas y covarianzas es muy elevado.

<sup>2</sup> Definida formalmente como tal en Lintner (1965) y en las propuestas de un mercado eficiente (Samuelson, 1965).

el modelo de nuevas restricciones<sup>3</sup>. Otras cuestiones como las valoraciones subjetivas de los gestores o las nuevas técnicas de selección y asignación de activos no se pueden resolver con la introducción de simples restricciones en el modelo. Todo ello lleva a dividir a los gestores y analistas, incluso a los académicos, con argumentos a favor y en contra<sup>4</sup> de la utilización práctica del modelo (Iglesias, 1998).

El presente trabajo parte de los supuestos básicos de H. Markowitz en cuanto a los conceptos de eficiencia de mercado, cartera óptima, máximo rendimiento, mínimo riesgo, etc., pero se adentra en las propuestas de Sharpe (1964) y Lintner (1965) para definir una cartera de mercado como aquella óptima para todos los participantes en el mercado, suponiendo condiciones de equilibrio y expectativas homogéneas para los inversores (Samuelson, 1965). Con todo ello, el objetivo principal de este artículo es contrastar si el modelo de Markowitz es capaz de proporcionar carteras eficientes en su sentido clásico, i.e., con mayor rentabilidad y menor riesgo que la teórica cartera de mercado representada por el índice IBEX35.

Existen múltiples trabajos y estudios empíricos en los que se analizan diferentes aspectos de la teoría moderna de carteras en el mercado de valores español y en concreto sobre el índice IBEX35. Al hacer una revisión bibliográfica no exhaustiva de dicho material no podemos dejar de citar a Ferruz y Sarto (1997), Acosta y González (1999) o Jara y Martínez (2000) quienes en sus trabajos<sup>5</sup> analizan la conveniencia o no de considerar el IBEX35 como cartera de mercado frente al IGBM (Índice General de la Bolsa de Madrid). En concreto Lucas (1998: 42) señala como causa de la elección del IBEX35 que “la eficacia y competitividad de los gestores se mide por el IBEX35 en lugar de por el Índice General de la Bolsa de Madrid”<sup>6</sup>, aspecto que hacemos nuestro al elegir este índice como referencia en este trabajo. Ya en la primera década del siglo XXI, Gómez-Sala e Yzaguirre (2003) analizan la evolución de los precios de las acciones ante entradas y salidas del IBEX35; ó Miralles y Miralles (2005) quienes estudian la relación entre ocho índices bursátiles y sus efectos sobre la composición de las carteras óptimas en el periodo 1995-2002.

---

<sup>3</sup> Véase, entre otros, Michaud (1989) y Frankfurter y Phillips (1995) sobre los problemas de la aplicación práctica del modelo de Markowitz.

<sup>4</sup> Sobre los argumentos a favor y en contra de la utilización práctica del Modelo de Markowitz, véase, Michaud (1989) e Iglesias (1998).

<sup>5</sup> Estos autores justifican en sus estudios empíricos la utilización del IGBM como *benchmark* o índice de referencia por ser el índice que de forma más completa representa el mercado de valores español.

<sup>6</sup> Véase, Mendizabal, Miera y Zubia (2002: 37).

Más recientemente cabe destacar el trabajo realizado por Calvo, Ivorra, y Liern (2009: 156-157) en el que obtienen la frontera eficiente del IBEX35 utilizando un nuevo algoritmo con las condiciones de Kuhn y Tucher, para el periodo enero de 1998 a marzo de 2003. O el realizado por Guijarro y Moya (2006: 26-51) en el que presentan un algoritmo que permite abordar el problema del “Index Tracking” en la gestión pasiva en cinco índices europeos entre los que se encuentra el IBEX 35 para el periodo de 2004 a 2006.

El trabajo que se presenta amplía el periodo de estudio de los últimos trabajos analizados, abarcando de febrero de 2001 a abril de 2010, permitiendo mantener en unos casos las conclusiones ya obtenidas por algunos autores en el pasado, refutar las de otros, así como avanzar y aportar nuevas ideas con datos más actuales a través del algoritmo presentado.

### III. ESTUDIO EMPÍRICO

#### 3.1. *Base de datos*

Para contrastar si el índice bursátil IBEX 35 puede o no representar la cartera de mercado óptima en condiciones de equilibrio para el mercado de valores español se realizaron simulaciones discretas por eventos empleando las conformaciones históricas observadas en el índice el día final de cada mes para un rango de tiempo que inicia el 28 de febrero de 2001 y termina el 30 de abril de 2010, dando un total de 111 conformaciones históricas, observaciones o momentos (t).

Los datos de dichas ponderaciones fueron extraídos de los cálculos realizados por Bloomberg (2010). Al revisar las ponderaciones se observó que existían títulos de renta variable de empresas que ya no cotizaban en el índice por diversas razones<sup>7</sup>, por lo que las fuentes de información de los datos históricos del precio de cierre se obtuvieron de Reuters, a través de su plataforma Datalink (Thomson Reuters-Equis, 2010) y de Bloomberg. Las fechas iniciales de las series de tiempo son variadas siendo las más antiguas las de las empresas Altadis S.A. (ALT) y Endesa S.A. (ELE) que datan del 2 de octubre de 1989.

El valor empleado para realizar el análisis de carteras fue el “precio de cierre ajustado”. Dicho precio se calcula desde el valor histórico al que se incorpora el impacto que tienen diversos derechos corporativos como pueden ser los splits, los cuales pueden afectar el cálculo de las varianzas y covarianzas de

---

<sup>7</sup> Sobre las razones que incluir y excluir activos del índice IBEX35, véase, SOCIEDAD DE BOLSAS WEB.: [www.sbolsas.com/data/compoIBEX.pdf](http://www.sbolsas.com/data/compoIBEX.pdf).

no ser corregidos<sup>8</sup>. Con estas series de tiempo se calculó el rendimiento ex-post del activo financiero como rendimiento por plusvalías<sup>9</sup> al suponerse eficiencia fuerte en el mercado de valores español y por tanto en su índice IBEX35.

### 3.2. Metodología empleada para el contraste teórico

Se realiza una simulación discreta por eventos partiendo de la fecha inicial del 28 de febrero de 2001 en la que, en cada una de las 117 fechas simuladas (t)<sup>10</sup>, se emplearon series de tiempo de tamaño  $T \leq 30$ , con lo que se obtienen series de tiempo estadísticamente significativas, contando con 35 series de tiempo, correspondientes a los rendimientos de cada acción que conformaban el índice IBEX35 en t.

Con estas series se calcularon los parámetros estimados<sup>11</sup> de valor esperado  $\mu_i$ , covarianza  $\sigma_{i,j}$  y varianza  $\sigma_i^2$  de los títulos involucrados. Dado que las series de tiempo en muchas fechas o etapas t de la simulación no tienen la misma longitud<sup>12</sup>, se emplearon cálculos de parámetros estadísticos con datos omitidos. Para fines de la Teoría de Carteras y de lo propuesto por Markowitz, lo que se obtiene es un vector de valores esperados  $B$  y una matriz de varianzas y covarianzas  $C$ . Dado que no todas las series de tiempo tienen la misma longitud, se asignó el valor NAN<sup>13</sup> a los valores omitidos.

Para calcular el riesgo y el rendimiento de la cartera se emplea un vector columna de niveles de inversión, (i.e. partes del presupuesto que se invierten en cada activo). Para la realización de este estudio, se definirán dos vectores; uno llamado  $W_i^*$  para las ponderaciones de la cartera óptima que se quiere calcular y otro  $M_i$  para los pesos que tiene cada acción en el índice IBEX35

---

<sup>8</sup> La corrección la proporcionan directamente los proveedores de información. Sin embargo, la metodología de estos consiste en dividir o multiplicar las observaciones previas al evento corporativo. Por ejemplo. Si en t se decreta un Split 2 a 1, se dividen las observaciones en t-n entre 2. Los derechos como pagos de dividendos o suscripciones los descuenta el mercado en t por lo que no requieren de ajuste adicional.

<sup>9</sup> Se intenta con esta hipótesis de trabajo dejar aparte los problemas de reinversión de los dividendos tanto por parte de los accionistas como de las empresas en el cálculo de las rentabilidades finales, dejando su posible incorporación a futuros trabajos de investigación.

<sup>10</sup> La simulación o backtesting concluyó el 29 de octubre de 2010.

<sup>11</sup> De forma general, cuando un título cotiza en un mercado bursátil amplio y desarrollado la distribución de probabilidades de  $r_i$  sigue una distribución Normal, según el Teorema Central del Límite, por lo que su valor esperado  $\mu_i$  se utiliza como la rentabilidad del título, y su varianza  $\sigma_i^2$  como medida del riesgo asociado al título, y son suficientes para describir la distribución del rendimiento futuro de la cartera.

<sup>12</sup> En ocasiones  $T < 30$ .

<sup>13</sup> En MATLAB los valores omitidos o no encontrados se denotan con la expresión NAN del término "Not A Number".

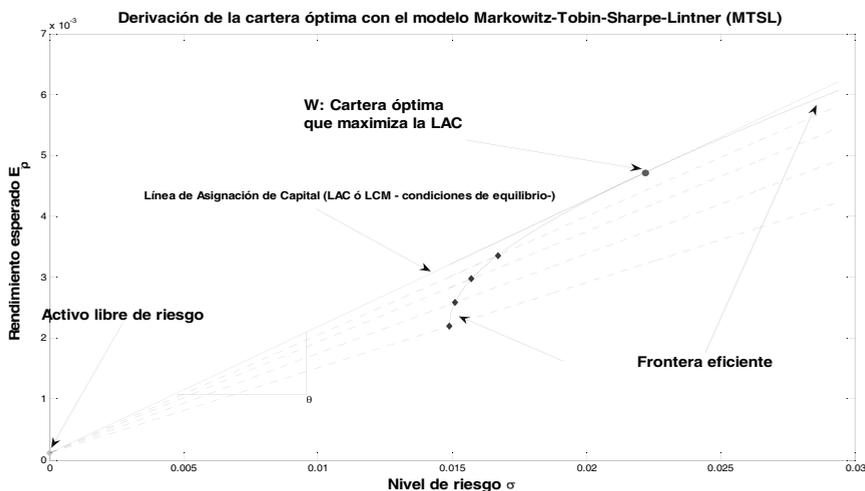
en la fecha  $t$ . A diferencia de las ponderaciones de  $M_i$  que están dadas por el mercado, los valores de  $W_i^*$  son niveles óptimos que se obtienen empleando al derivar y obtener la frontera eficiente a través de técnicas de programación cuadrática. El propósito es la contrastación de las carteras eficientes teóricas (IBEX35) con las obtenidas mediante estas simulaciones.

De esta forma se tienen 100 posibles soluciones de  $W_i^*$ , i.e., de las ponderaciones de los títulos que permiten obtener 100 carteras eficientes en el sentido clásico de Markowitz de máximo rendimiento y mínimo riesgo.

Avanzando en la teoría moderna de carteras, se debe elegir un punto de la frontera eficiente que será el óptimo para todos los participantes del mercado y que, en base al supuesto de equilibrio, dará una cartera donde  $W_i^* = M_i$ . Es decir, en condiciones de equilibrio, se tendrá una cartera óptima para todos los participantes, a la que se denominará cartera de mercado y que será teóricamente igual al índice, aspecto que precisamente se contrasta en este trabajo.

En cuanto a la rentabilidad del activo libre de riesgo, necesaria aquí para el cálculo de la CML y posteriormente para la aplicación de las medidas de *performance*, se ha utilizado la rentabilidad media anual de la tasa repo a un mes de las letras del tesoro de los años 2001 a 2010, si bien a efectos de esta contrastación, en el cálculo de las carteras óptimas la proporción invertida en renta fija o liquidez será nula. Una representación gráfica de la frontera eficiente y de la Línea de Asignación de Capital (LAC) o línea característica del mercado (LCM) en condiciones de equilibrio se da en el gráfico 1.

### Gráfico 1

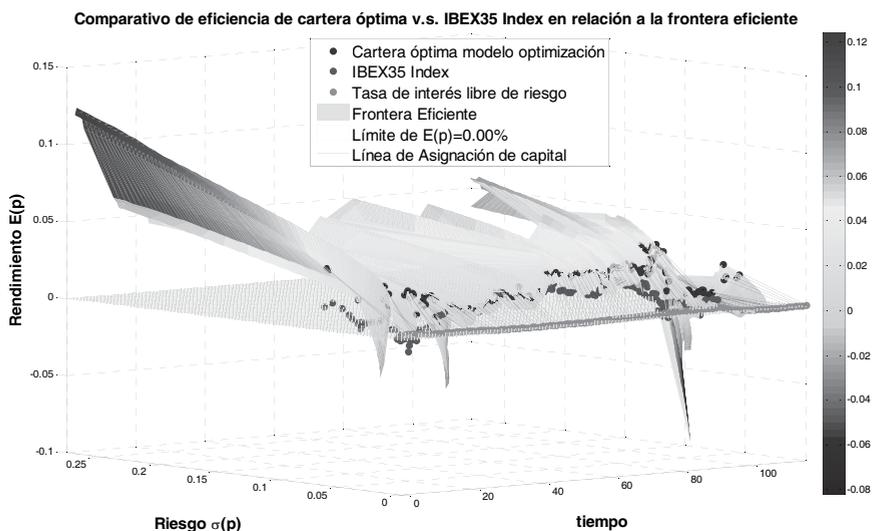


Para contrastar la eficiencia de las dos fronteras eficientes, la frontera simulada y la del IBEX35, se ha utilizado el índice de Sharpe (1966). En este sentido, dicho índice ( $S_p$ ) coincide con la pendiente del problema de optimización. Por tanto, si se desea probar que el diseño de la cartera óptima para un inversor en el mercado de valores español en equilibrio, en el que prevalecen las expectativas homogéneas es el mismo que las ponderaciones que tiene el índice (o viceversa), una de las maneras más intuitivas consiste en comparar y contrastar la eficiencia de ambas con los valores históricos observados de  $S_p$  y  $S_M$  (Sharpe del índice) en la simulación discreta por eventos. Para ello se comprueba que las series de tiempo son estadísticamente iguales a través de un Análisis de Varianza (ANOVA) unidireccional.

### 3.3. Resultados observados

Con esta metodología se obtuvo el análisis gráfico en un espacio tridimensional como se muestra en el gráfico 2. En este gráfico se puede observar una superficie que corresponde a las 117 fronteras eficientes obtenidas con la resolución del problema de optimización.

**Gráfico 2**



Se puede apreciar, al inicio del periodo de observaciones, cómo los parámetros de riesgo y rendimiento son más amplios que al final de las series. Esto se debe principalmente a dos tipos de factores:

- 1) Desde un punto de vista metodológico, algunas series de tiempo son más cortas que otras respecto a algunas acciones concretas como es el caso de AMA (Amadeus Global Travel Distribution S.A.) o TRR (Terra Networks S.A.) donde  $T < 30$ , situación que impactó en los niveles de riesgo y rendimiento; y,
- 2) Desde un punto de vista socioeconómico, en los primeros años del siglo XXI se producen una serie de importantes acontecimientos que tiene su reflejo en los mercados financieros y en las cotizaciones, a veces atípicas, de sus activos. Entre estos acontecimientos cabe destacar, entre otros, la crisis de las empresas de tecnología del año 2001, los atentados terroristas en Nueva York el 11 de septiembre de 2001, así como el proceso de convergencia e integración europea y la implantación del espacio monetario europeo con la aparición de la moneda única, el euro, el 1 de enero de 2001.

En el análisis gráfico proporcionado por el gráfico 2, se aprecia que los niveles de riesgo y rendimiento del IBEX35 (puntos rojos), frente a las aproximaciones de la cartera de mercado<sup>14</sup> u óptima simulada (puntos azules), no se localizan en ningún punto de la frontera eficiente (FE) obtenida en el periodo considerado, situándose estos por debajo de FE, lo que lleva a indicar que el índice no se puede considerar como la mejor cartera para los inversores bajo los supuestos establecidos<sup>15</sup>. Al calcular los índices de Sharpe se obtuvieron resultados como los expuestos en el gráfico 3 donde se corrobora lo observado en las exposiciones tridimensionales, i.e., se vuelve a observar como el índice de Sharpe de la cartera óptima obtenida por simulación es superior al índice de Sharpe del IBEX35 en todo el periodo de análisis.

Ahora bien, esta afirmación a cerca de la no eficiencia del IBEX35 frente a la cartera óptima simulada ha de realizarse con ciertos matices a la luz del gráfico 3. Se observa en ella que a lo largo de todo el periodo existe un importante diferencial entre los dos ratios de Sharpe, diferencial que mide el exceso de eficiencia de la cartera óptima contra el índice ( $S_p > S_M$ ). Sin embargo, se observa que este diferencial no es constante a lo largo de todo el horizonte temporal, sino que en ciertos meses es muy errático. En concreto, se aprecia que el índice de Sharpe de la cartera simulada es notoriamente alto en dos periodos: en los primeros meses del periodo analizado, 2001-2002, y a finales de 2004 y principios de 2005, i.e., desde  $t=48$ .

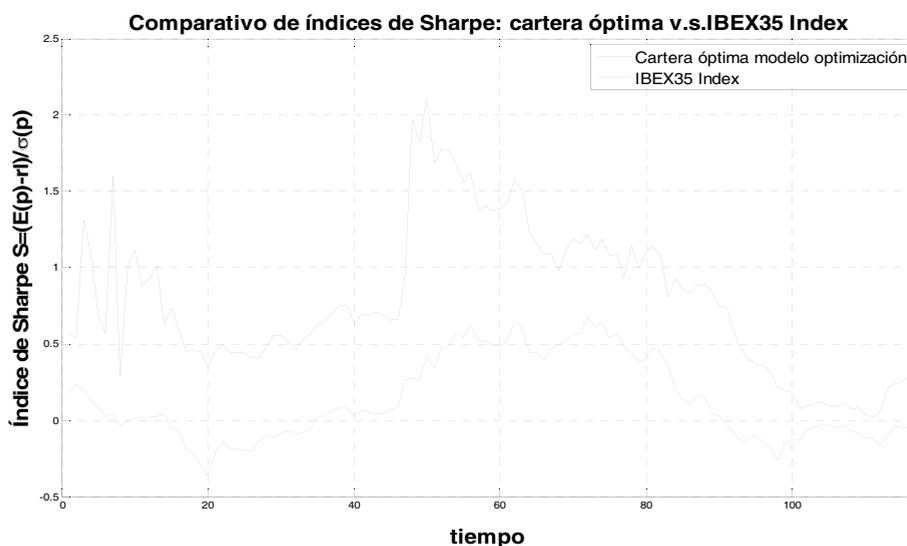
---

<sup>14</sup> Cartera simulada con el algoritmo presentado.

<sup>15</sup> Hipótesis para la realización de este trabajo: equilibrio y eficiencia perfecta en el mercado de valores español, expectativas homogéneas e inexistencia de costes de transacción financiera.

Después de revisar los datos históricos de las acciones que componen el índice y con la finalidad de determinar si este comportamiento obedece a una mala calidad en los datos de entrada, se observa que los movimientos (en menor magnitud en el IBEX35 y en una mayor en la cartera óptima simulada) obedecen a las condiciones de riesgo y rendimiento propias de la operatividad del mercado de valores español, descartando un error de datos o ponderaciones de índice, por lo que se hace necesario analizar las razones de dichas fluctuaciones.

**Gráfico 3**



El primer periodo de fuertes fluctuaciones en el ratio de Sharpe de la cartera simulada se produce en los primeros meses de 2001. Entre las razones que podrían justificar estos movimientos están las ya indicadas de forma general: la crisis de las empresas de tecnología del año 2001, los atentados terroristas en Nueva York el 11 de septiembre de 2001, así como el proceso de convergencia e integración europea y la aparición de la moneda única, el euro, el 1 de enero de 2001. Sin embargo, estas razones no son suficientes para explicar las fluctuaciones producidas en la cartera simulada, ya que las mismas deberían afectar de igual manera al índice de Sharpe del IBEX35, el cual no ha sufrido estas fluctuaciones. Las razones deben estar entonces en los aspectos metodológicos o la composición de la cartera óptima. Respecto a los aspectos metodológicos, se ha indicado que algunas series de tiempo son más cortas que otras respecto a algunas acciones concretas, y por tanto en esos casos  $T < 30$ , situación que puede justificar en parte el impacto en los

niveles de riesgo y rendimiento. Observando los diferenciales en los ratios de Sharpe ( $S_P > S_M$ ), los meses en los que éstos son superiores a la unidad son marzo, agosto, octubre y noviembre, meses en los que la cartera simulada ofrece un extra de rentabilidad sobre la media de las carteras simuladas aquí obtenidas, lo que supone un interesante aspecto a reflexionar por parte de gestores y operadores de mercado que permanentemente buscan oportunidades de obtener extra-rendimientos y batir a los mercados, mediante la gestión activa de sus carteras.

En cuanto a la composición de las carteras óptimas de estos meses de máxima eficiencia se observan tres aspectos importantes de cara a la propia gestión de las carteras:

- 1) Por una parte, el número de activos que incluyen estas cuatro carteras no difiere especialmente de otras simuladas al no haber establecido ninguna hipótesis de cardinalidad en el estudio que se está realizando, por lo que dichos óptimos se obtienen con un número de títulos que varía de 9 en el mes de marzo a 4 en los meses de octubre y noviembre de 2001.
- 2) En cuanto a la composición de las carteras, ha sorprendido la distribución porcentual al haber en todas las carteras un activo que recoge porcentajes superiores al 50%, llegando incluso en el mes de noviembre a tener un solo activo una ponderación del 97,2%, llevando, sin embargo, a una solución óptima que obtiene un extra-rendimiento sobre la media de las carteras simuladas.
- 3) Respecto a los títulos que componen estas carteras, no necesariamente se mantienen en las mismas, sino que aparecen en ellas en función del objetivo de máximo rendimiento y mínimo riesgo global, lo que dificulta sensiblemente la gestión y seguimiento de las mismas.

Dos de estos aspectos importantes en las carteras estudiadas, el número de títulos y las ponderaciones necesarios para obtener estas carteras óptimas, serán analizados en futuras investigaciones al chocar aparentemente con los requisitos de diversificación necesarios para obtener la eficiencia.

El segundo periodo en el que se produce una importante separación entre los dos índices de Sharpe se observa entre diciembre de 2004 y enero de 2005<sup>16</sup>, si bien se mantiene la divergencia o fuerte separación de los índices

---

<sup>16</sup> Correspondiendo a la observación en  $t=48$ .

hasta septiembre de 2005, lo que al analizar el diferencial de ratios lleva a indicar que se ha producido un periodo de nueve meses en los que las carteras simuladas de enero a septiembre de 2005 superan la media de eficiencia de las carteras estudiadas. Al analizar estas carteras en términos semejantes a los de la primera fluctuación se pueden indicar causas socioeconómicas diferentes: el año 2005 es considerado uno de los periodos más "boyantes" de la economía española, expansión basada en el consumo privado y en los precios inmobiliarios, alcanzándose en este periodo una de las tasas de crecimiento más fuertes de la zona euro, con el 3,5%. La razón fundamental de este fuerte crecimiento estuvo en el consumo privado, "fuerza motora" de la expansión económica, gracias a un marcado aumento del empleo. Este hecho justifica en cierta medida que sean nueve meses de extra-eficiencia sostenida sobre la media de las carteras simuladas al ser el mercado de valores el reflejo de las expectativas de la situación económica.

En cuanto a la composición de las carteras óptimas de estos nueve meses de 2005 de máxima eficiencia se comentan los tres aspectos analizados también para los picos de eficiencia del 2001:

- 1) El número de activos que incluyen estas nueve carteras óptimas simuladas va de 8 títulos en enero hasta 13 títulos en septiembre, observándose una lenta pero creciente incorporación de títulos en las carteras óptimas de este periodo.
- 2) En cuanto a la composición de las carteras también es sorprendente la distribución porcentual. Si bien al ser un mayor número de títulos los porcentajes están más distribuidos, en estas carteras hay varios activos que recogen porcentajes superiores al 20%, y sólo en una de las carteras hay un único valor que concentra el 75% de ponderación (agosto de 2005).
- 3) Respecto a los títulos que componen las mismas<sup>17</sup>, tampoco aquí se mantienen todos sus activos.

Una vez justificados estos saltos de eficiencia y las separaciones de los índices de Sharpe observados en el gráfico 3, el siguiente paso es intentar solucionar los mismos. Para ello se realizaron tres pruebas ANOVA unidireccionales de las series de tiempo. Una para el total de realizaciones (gráfico 4), y otras dos (gráficos 5 y 6) para segmentos diferentes de la misma, una para el periodo<sup>18</sup> del 28 de febrero de 2002 al 31 de Diciembre de 2004 (t €

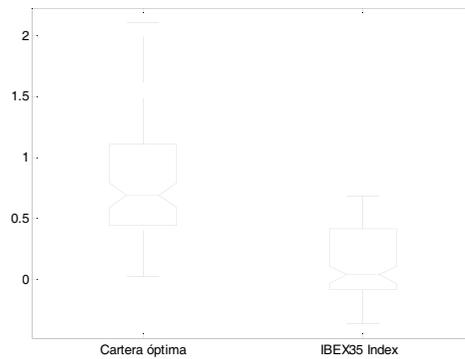
---

<sup>17</sup> El análisis y comparación de estas carteras, serán analizados en futuras investigaciones.

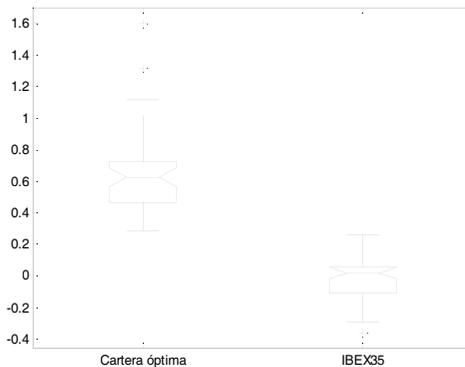
<sup>18</sup> Con el propósito de comparar series lo más homogéneas posible y eliminar posibles errores en los resultado, se decidió eliminar de la primera serie aquellas observaciones

[13,47]) y otra para el periodo del 31 de Marzo de 2005 al 29 de octubre de 2010 ( $t \in [50,117]$ ), con la idea de contrastar los resultados. De las tres ANOVA se obtuvieron los resultados de las tablas 1, 2 y 3. En ellas se observa que, con una probabilidad de 5% se puede rechazar la hipótesis nula, dando paso a la alternativa: *“La conformación o composición del IBEX35, considerado como la cartera de mercado en equilibrio y en el supuesto de expectativas homogéneas, es diferente a una cartera óptima y eficiente derivada con el modelo de carteras Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner”*. A su vez, se aprecia que la probabilidad de cometer un error tipo I es de 0.

**Gráfico 4**



**Gráfico 5**



**Gráfico 6**

---

correspondientes al año 2001 ya que, dadas las circunstancias del mercado por los eventos económicos y sociopolíticos, generaron observaciones potencialmente atípicas, y sin embargo reales y veraces, del índice de Sharpe tanto del índice IBEX35 como de la cartera óptima.

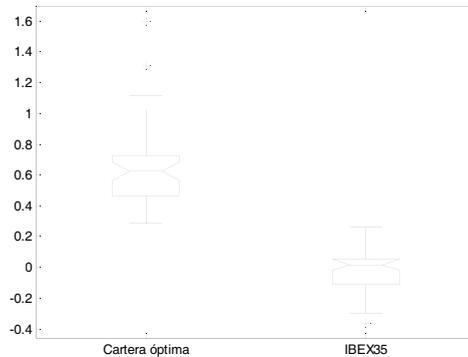


Tabla 1

Fuente	Suma de cuadrados	Grados de libertad	MS	Estadístico F	Prob. Error tipo I
columnas	24.88904854	1	24.88904854	161.4442631	1.99381E-28
Error	35.76627098	232	0.154164961		
Total	60.65531953	233			

Tabla 2

Fuente	Suma de cuadrados	Grados de libertad	MS	Estadístico F	Prob. Error tipo I
columnas	11.10944779	1	11.10944779	262.281793	1.11E-28
Error	3.896836236	92	0.042356916		
Total	15.00628403	93			

Tabla 3

Fuente	Suma de cuadrados	Grados de libertad	MS	Estadístico F	Prob. Error tipo I
columnas	11.10944779	1	11.1094478	262.2817934	1.11E-28
Error	3.896836236	92	0.04235692		
Total	15.00628403	93			

Las tres pruebas ANOVA unidireccionales de las series de tiempo de índices de Sharpe corroboran la ineficiencia del IBEX35, en términos de Markowitz, observada en el análisis gráfico tridimensional (gráfico 2), frente a las carteras óptimas simuladas. En el periodo de estudio, la eficiencia del IBEX35 es menor que las de las carteras simuladas, no pudiendo entonces considerar al mismo como la cartera óptima del mercado en condiciones de equilibrio, eficiencia informativa y expectativas homogéneas, dejando la puerta abierta para investigar sobre la idoneidad de emplear una gestión pasiva *versus* una activa en una cartera que emplee el universo de activos financieros de las 35 acciones más bursátiles del consorcio Bolsas y Mercados Españoles.

#### IV. CONCLUSIÓN

El estudio realizado abarca el periodo comprendido entre febrero de 2001 y Mayo de 2010, avanzando en el horizonte temporal de estudios previos, utilizando datos históricos mensuales de los rendimientos de las empresas incluidas en el IBEX35. Estos datos fueron procesados a través de una simulación discreta por eventos en la que se calcularon los parámetros de riesgo y rendimiento de las carteras, de los cuales se obtuvieron series de tiempo del índice de Sharpe, tanto para la cartera del índice bursátil IBEX35 como de la cartera óptima derivada con el modelo de carteras mixtas. Las dos series fueron comparadas de manera visual contra un registro histórico de fronteras eficientes y, posteriormente, fueron estudiadas con una prueba de Análisis de Varianza unidireccional y diagramas de caja.

Mediante este estudio empírico se demuestra que el Modelo de Markowitz-Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner puede ser de gran utilidad en la práctica al ser capaz de proporcionar carteras óptimas que ofrecen una mayor rentabilidad y menor riesgo que la cartera del índice IBEX35, cartera considerada por la teoría moderna como la “cartera de mercado” o “*benchmark*” del mercado de valores español. En este sentido, los resultados de este estudio llevan a poner de manifiesto que los índices bursátiles de valor de mercado como el IBEX35 español son aproximaciones ineficientes, aunque muy útiles, si se compara con otra cartera óptima compuesta por los mismos activos financieros que el índice IBEX35, derivada al aplicar los criterios de racionalidad limitada en el contexto de las variables rendimiento y riesgo.

A su vez, en el análisis gráfico de las series de Índices de Sharpe se aprecia que la eficiencia de la cartera óptima y del IBEX35 tienden a converger a pesar de las condiciones económicas y financieras existentes, aspecto que deberá estudiarse a la luz de más información y que permite dejar la puerta abierta al estudio del equilibrio en el mercado financiero español en el largo plazo.

#### V. BIBLIOGRAFÍA

- ACOSTA, E. y GONZÁLEZ, B, “Formación de carteras con riesgo condicionado. Una aplicación empírica al mercado de valores español”, en *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, Vol. XXVIII, 102 (1999) 937-966.
- BLOOMBERG INC. (2010, 05 10): *Bloomberg Professional Software*, New York, NY, USA.

- BURGESS, R. C. and BEY, R. P., “Optimal portfolios: Markowitz full covariance versus simple selection rules”, en *The Journal of Financial Research*, XI (1998) 153-163
- CALVO, C., IVORRA, C. y LIERN, V., “Las condiciones de Kuhn y Tucker en el cálculo de fronteras eficientes”, en *Rect@*, 10, Diciembre (2009) 145-158.
- ELTON, E. J., GRUBER, M. J. and PADBERG, M. W., “Simple Criteria for Optimal Portfolio Selection: tracing out the efficient frontier”, en *Journal of Finance*, Vol. XXXIII (1978) 296-302.
- FAMA, E., “The behavior of stock market prices”, en *Journal of Bussiness*, 38, 1 (1965) 34-105.
- FERNÁNDEZ IZQUIERDO, A. y MATA LLÍN SÁEZ, J. C., “Gestión óptima de carteras internacionales ante la integración de los mercados europeos”, en *Investigaciones Europeas de Dirección y Economía de la Empresa*, Vol. 6, 3 (2000) 87-100.
- FERRUZ, L. y VICENTE, I. A., “Eficiencia en la Gestión: ¿Pueden nuestros fondos de inversión en renta variable batir al IBEX35?”, en *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, Vol. XXXV, 128, enero-marzo, (2006) 11-29.
- FERRUZ, L. y SARTO, J. L., “Revisión crítica de las medidas clásicas de performance de carteras y propuestas de índices alternativos. Aplicación a fondos de inversión españoles (1990-1995)”, en *Boletín de Estudios Económicos*, 162 (1997) 549-573.
- FRANKFURTER, G. M. and PHILLIPS, H. E., *Forty years of normative portfolio theory: Issues, controversies and misconceptions*, JAI Press 1995.
- GÓMEZ-BEZARES, F., GARCÍA DE MADARIAGA, J. y SANTIBÁÑEZ, J., “Algunos índices clásicos y relación de la TRIP con la teoría de carteras”, en *Análisis Financiero Internacional*, 113 (2003) 5-19.
- GÓMEZ-SALA, J. C. e YZAGUIRRE, J., “Presión sobre los precios en las revisiones del IBEX35”, en *Investigaciones Económicas*, Vol. XXVII, 3 (2003) 491-531.
- GRAHAM, J. R. and CAMPBELL, R. H., “Grading The Performance of Market-timing newsletters”, en *Financial Analyst Journal*, 53, 6, Nov/Dec (1997) 54-66.
- GUIJARRO, F. y MOYA, I., “Propuesta metodológica para la selección de acciones en la réplica de índices” en *Artículos*, (2006) 26-51.

- HALLERBACH, W., NING, H., SOPPE, A. y SPRONK, J. A., “Framework for Managing a Portfolio of Socially Responsible Investments”, en *European Journal of Operational Research*, 153 (2004) 517-529.
- IGLESIAS, S. «La determinación de carteras óptimas: una revisión del modelo de Markowitz», en *Ponencias-AEDEM*, p. 1163 //pp. 1163-1173.
- JARA, J. R. y MARTÍNEZ, M. I., “Modelos de estructuras de correlación entre activos de renta variable: contraste empírico en el mercado español”, en *Actualidad Financiera*, Julio (2000) 19-32.
- KONNO, H. and YAMAZAKI, H., “Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market”, en *Management Science*, 39 (1992) 519-531.
- LINTNER, J., “The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets”, en *Review of Economics and Statistics*, XLVII, 1, febrero (1965) 13-37.
- LUCAS, A., “Fondos de Inversión en España: Análisis del Performance”, en *Revista Bolsa de Madrid*, 63, (1998) 40-47.
- MARKOWITZ, H., “Portfolio selection”, en *The Journal of Finance*, 7, 1 (1952) 77-91.
- MARKOWITZ, H.: *Mean-Variance analysis in portfolio choice and capital markets*, San Francisco, CA, USA: John Wiley & Sons 1987.
- MASCAREÑAS, J., LAMOTHE, P., LOPEZ LUBIAN, F. y DE LUNA, W., *Opciones Reales y Valoración de Activos*, Prentice Hall, Madrid 2004
- MATHWORKS INC. *Patente nº 6,857,118; 6,973,644; 6,993,772; 7,010,364; 7,051,333; 7,051,338; 7,096,154; 7,139,686; 7,165,253; 7,170,433; 7,181,745; 7,228,239; 7,231,631; 7,237,237; 7,296,054; y otras USA.*
- MENDIZABAL ZUBELDIA, A., MIERA ZABALZA, L. M<sup>a</sup> y ZUBIA-ZUBIAURRE, M., “El Modelo de Markowitz en la Gestión de Carteras”, en *Cuadernos de Gestión*, 2, 1 (2002) 33-45.
- MICHAUD, R. O., “The Markowitz optimization enigma: Is optimized optimal?”, en *Financial Analyst Journal*, 45, enero-febrero (1989) 31-42.
- MIRALLES MARCELO, J. L. y MIRALLES QUIRÓS, J. L., “Análisis de los efectos de las correlaciones bursátiles en la composición de carteras óptimas”, en *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, Vol. XXXIV, 126, Julio-Septiembre (2005) 689-708.
- MIRALLES MARCELO, J. L. y MIRALLES QUIRÓS, J. L. «Multivariate GARCH models and optimal portfolio allocation decisions. An empirical

- evidence from the Spanish Stock Markets», en *XI Congreso Hispano-Italiano de Matemáticas Financiera y Actuarial*, Badajoz 2009, p.1 // pp. 1-23.
- MIRALLES MARCELO, J. L., MIRALLES QUIRÓS, M. M. y MIRALLES QUIRÓS, J. L.M “Relación intertemporal entre rentabilidad y liquidez en el mercado de valores español”, en *Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa*, 17, 1 (2008) 187-204.
  - MODIGLIANI, F. and MODIGLIANI, L., ”Risk-Adjusted Performance”, en *Journal of Portfolio Management*, Vol. 23, 2, winter (1997) 45-54.
  - MORENO, D. y OLMEDA, I., “Empleo de medidas de performance en la evaluación de fondos de inversión”, en *Bolsa de Madrid*, Febrero (2003) 58-62.
  - SAMUELSON, P., “Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly”, en *Industrial Management Review*, 6, 1 (1965) 41-90.
  - SHARPE, W. F., “Capital Asset Prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk”, en *The journal of finance*, 29, 3, septiembre (1964) 425-442.
  - SHARPE, W., “Mutual fund Performance”, en *Journal of Bussiness*, 39 (1966) 49-58.
  - SIMAAN, Y., “Estimation risk in portfolio selection: the mean variance model versus the mean absolute deviation model”, en *Management Science*, 43 (1997) 1437-1446.
  - SOCIEDAD DE BOLSAS WEB: [www.sbolsas.com/data/compoIBEX.pdf](http://www.sbolsas.com/data/compoIBEX.pdf).
  - STEUER, R. E., QI, Y., and HIRSCHBERGER, M., “Portfolio Optimization: New Capabilities and Future Methods”, en *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, 76 (2006) 199-219.
  - SUAREZ SUAREZ, A. S., *Decisiones óptimas de Inversión y Financiación en la Empresas*, Pirámide, Madrid 2008.
  - THOMSON REUTERS-EQUIS. (10 de 05 de 2010). Data Link Software. New York, NY, USA.
  - TOBIN, J., “Liquidity Preference as Behavior towards Risk”, en *The Review of Economic Studies*, XXV, Febrero (1958) 65-86.

