

Relación dinámica entre las economías de Malasia y Singapur, un estudio econométrico

*Dynamic relationship between the economies of Malaysia and Singapore,
an econometric study*

Dr. Agustín ALONSO RODRÍGUEZ
Real Centro Universitario
“Escorial-María Cristina”
San Lorenzo del Escorial

Resumen: Con ayuda de un modelo vectorial autorregresivo de series temporales se comparan los datos del PIB de Malasia y Singapur, en el periodo que va del 1960 al 2023, en vistas a determinar si las diferencias entre estos dos Estados, tanto de carácter físico como político, se reflejan en los valores del PIB respectivo,

Abstract: With the help of a vector autoregressive model for time series analysis, the GDP of these two countries, are compared in order to discover if the differences of character, both physical and political, have an impact in the GDP of these economies, during the period: 1960 - 2023.

Palabras clave: modelos VAR, PIB, Granger causality, relación dinámica.

Keywords: VAR models, GDP, Granger causality, dynamic relationship.

Sumario:

- I. Introducción.**
- II. Modelos VAR(p).**
- III. Las series en estudio y su modelo.**

IV. Estimación del modelo y resultados.

V. Conclusiones.

VI. Bibliografía.

Recibido: septiembre 2025.

Aceptado: noviembre 2025.

I. INTRODUCCIÓN

Al contemplar en un *Atlas* geográfico estos dos estados, da la impresión de que Singapur es un barrio de Malasia. Pero no es así: son dos Estados muy diferentes. Vamos a comparar los datos del PIB de ambas economías, mediante un modelo autorregresivo de series temporales: *VAR*.

Como datos a destacar, para resaltar las diferencias aludidas, podemos mencionar los siguientes, tomados de la base de datos de Expansión: Datosmacro.com.

Malasia. Superficie: 330241 km^2 . Población: 33059000 habitantes. Régimen político: monarquía federal parlamentaria electiva. Capital: Kuala Lumpur. PIB per cápita: 11179 euros, en 2023.

Singapur. Superficie: 728 km^2 . Población: 6918000 habitantes. Régimen político: república. Capital: Singapur. PIB per cápita: 78343 euros, en 2023

Los datos para nuestro análisis están tomados de la Base de Datos del Federal Reserva Bank, FRED, con fecha 12 de noviembre de 2024. Los datos vienen medidos en dólares constantes de Estados Unidos (2017), con frecuencia anual, y no ajustados estacionalmente, desde 1960 hasta 2023, (2 de julio). Un total de 60 observaciones por serie.

II. MODELOS VAR(P)

Comencemos presentando el modelo más simple, el *VAR(1)*

$$z_t = \phi_0 + \phi_1 z_{t-1} + e_t$$

que en formato desplegado presenta el siguiente aspecto

$$\begin{pmatrix} z_{1,t} \\ z_{2,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{10} \\ \phi_{20} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_{1,11} & \phi_{1,12} \\ \phi_{1,21} & \phi_{1,22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{1,t-1} \\ z_{2,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_{1,t} \\ e_{2,t} \end{pmatrix}$$

o equivalentemente

$$\begin{aligned} z_{1,t} &= \phi_{10} + \phi_{1,11}z_{1,t-1} + \phi_{1,12}z_{2,t-1} + e_{1,t} \\ z_{2,t} &= \phi_{20} + \phi_{1,21}z_{1,t-1} + \phi_{1,22}z_{2,t-1} + e_{2,t} \end{aligned}$$

expresión que muestra lo entrelazadas que están las series en un modelo $VAR(p)$.

La presentación matricial del modelo, permite realizar algunos comentarios en orden a facilitar la interpretación final de los resultados.

El elemento $\phi_{1,12}$ muestra la dependencia lineal de $z_{1,t}$ en $z_{2,t-1}$, en presencia de $z_{1,t-1}$. Por su parte $\phi_{1,21}$ mide la relación lineal entre $z_{2,t}$ y $z_{1,t-1}$, en presencia de $z_{2,t-1}$. Y lo mismo se puede decir del resto de elementos de Φ_1 .

En el caso de que $\phi_{1,12} = \phi_{1,21} = 0$, entonces $z_{1,t}$ y $z_{2,t}$ no estarían relacionadas dinámicamente, siguiendo cada una un proceso $AR(1)$ a determinar. Técnicamente hablando, se dice que ambas series no están *acopladas*.

En el caso de que $\phi_{1,12} = 0$ pero $\phi_{1,21} \neq 0$, entonces tendríamos

$$\begin{aligned} z_{1,t} &= \phi_{10} + \phi_{1,11}z_{1,t-1} + e_{1,t} \\ z_{2,t} &= \phi_{20} + \phi_{1,21}z_{1,t-1} + \phi_{1,22}z_{2,t-1} + e_{2,t} \end{aligned}$$

que muestra que $z_{1,t}$ no depende de los pasados valores de $z_{2,t}$, pero $z_{2,t}$ sí depende de los valores pasados de $z_{1,t}$. Tenemos una relación unidireccional, con $z_{1,t}$ actuando como variable *input* y $z_{2,t}$ como variable *output*. Se establece entre ambas series lo que en estadística se denomina una *relación de transferencia*. Este tipo de modelos es útil en *ingeniería de control*, al poder ajustar el valor de $z_{1,t}$ en orden a planificar el valor futuro de $z_{2,t}$.

En el ámbito de la econometría, tenemos una ilustración del denominado *principio de causalidad de Granger*.

Granger(1969) introdujo el concepto de *causalidad*, que resulta fácil de ilustrar en el caso de este $VAR(1)$.

Consideremos h valores futuros predichos. En este caso $z_{1,t}$ se dice que causa $z_{2,t}$ si las predicciones para $z_{2,t}$ son *más precisas* que si consideráramos sólo la $z_{2,t}$. La *precisión* viene medida por la varianza del error de predicción. En

otras palabras, se dice que $z_{1,t}$ causa $z_{2,t}$ si la información pasada de $z_{1,t}$ mejora la predicción de $z_{2,t}$.

Volviendo a nuestro $VAR(1)$, si $\phi_{1,12} = 0$ pero $\phi_{1,21} \neq 0$, entonces, $z_{2,t+1}$ depende de $z_{1,t}$ de manera que conociendo $z_{1,t}$ se facilita la predicción de $z_{2,t+1}$.

Por otro lado, como $z_{1,t+1}$ no depende de $z_{2,t}$, por lo que el conocimiento del pasado de $z_{2,t}$ no ayuda a predecir $z_{1,t+1}$.

Tras lo expuesto, tiene sentido afirmar que $z_{1,t}$ causa $z_{2,t}$, pero $z_{2,t}$ no causa $z_{1,t}$.

Razonando de igual manera, si ocurriera que $\phi_{1,21} = 0$ pero $\phi_{1,12} \neq 0$, entonces, $z_{2,t}$ causa $z_{1,t}$, pero $z_{1,t}$ no causa $z_{2,t}$.

Cabe señalar también que si la matriz de *varianzas-covarianzas* Σ_e no es una matriz diagonal, entonces $z_{1,t}$ y $z_{2,t}$ están correlacionadas *instantáneamente* o con otras palabras, están *contemporaneamente* correlacionadas. En este caso, $z_{1,t}$ y $z_{2,t}$ presentan *causalidad instantánea* en el sentido de Granger, causalidad que opera en ambos sentidos.

Tras las anteriores consideraciones, basadas en Tsay (2014, pp. 28-29), pasemos al caso que nos ocupa.

III. LAS SERIES EN ESTUDIO Y SU MODELO

Nuestras series en estudio son:

$z_{1,t}$: PIB de Malasia; $z_{2,t}$: PIB de Singapur.

Cargando los datos, tenemos

```
datos = read.csv("I:/malasing.csv")
head(datos)
```

```
##      Malasia  Singapur
## 1 21268.90  8494.665
## 2 22818.06  9172.765
## 3 24217.86  9811.877
## 4 25823.46 10786.938
## 5 27113.50 10372.382
## 6 29113.71 11148.709
```

```
tail(datos)

##      Malasia Singapur
## 55 646984.8 419046.5
## 56 679926.2 431569.8
## 57 710181.5 445567.7
## 58 751462.4 464890.2
## 59 787306.8 480873.6
## 60 821182.8 484399.9

dim(datos)

## [1] 60 2
```

series que vienen representadas en la *Figura 1*.

```
datos = ts(datos, start = c(1960,1),freq=1)
autoplot(datos)
```

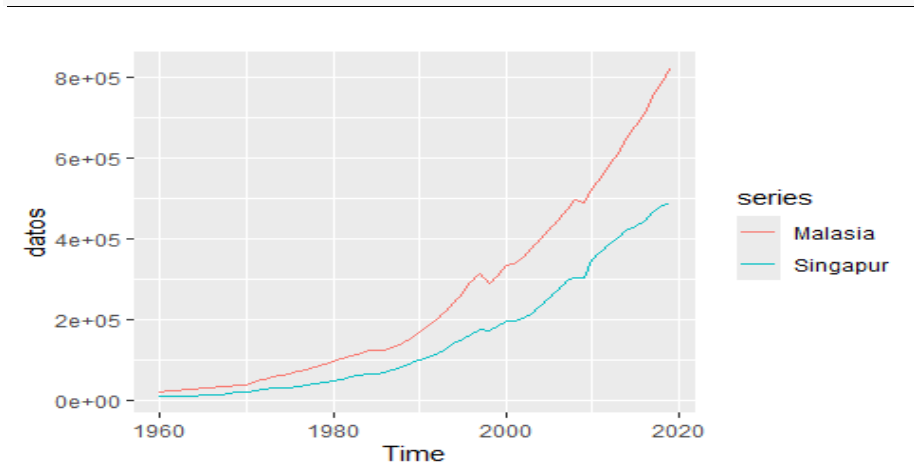


Figura 1: PIB de Malasia y PIB de Singapur

IV. ESTIMACIÓN DEL MODELO Y RESULTADOS

Utilizando el paquete o biblioteca **vars** se estima nuestro modelo $VAR(p)$ apropiado.

Antes, sin embargo, se transforman nuestras series. Para homogeneizar la varianza, se toman logaritmos

```

ldatos = log(datos)
head(ldatos)
## Time Series:
## Start = 1960
## End = 1965
## Frequency = 1
##      Malasia Singapur
## 1960  9.965001 9.047194
## 1961 10.035308 9.123994
## 1962 10.094846 9.191349
## 1963 10.159039 9.286091
## 1964 10.207787 9.246902
## 1965 10.278965 9.319079

```

Al tomar diferencias para inducir estacionariedad, las series vienen ahora representadas en variaciones o tasas de cambio. El resultado aparece en la *Figura 2*.

```

dldatos = diff(ldatos,differences=1)
head(dldatos)
## Time Series:
## Start = 1961
## End = 1966
## Frequency = 1
##      Malasia      Singapur
## 1961 0.07030641  0.07680041
## 1962 0.05953799  0.06735486
## 1963 0.06419306  0.09474233
## 1964 0.04874805 -0.03918923
## 1965 0.07117768  0.07217702
## 1966 0.06914976  0.10225834
dim(dldatos) # 59 2
## [1] 59 2
autoplot(dldatos)

```

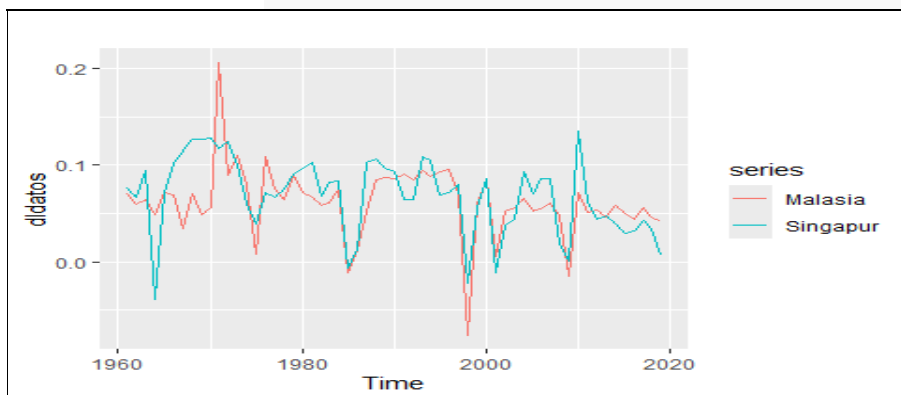


Figura 2: Tasas de cambio en el PIB de Malasia y en el PIB de Singapur

Y al multiplicar por 100, la anterior serie logarítmica, obtenemos tasas de variación porcentuales o tasas de cambio porcentuales, representadas en la *Figura 3*.

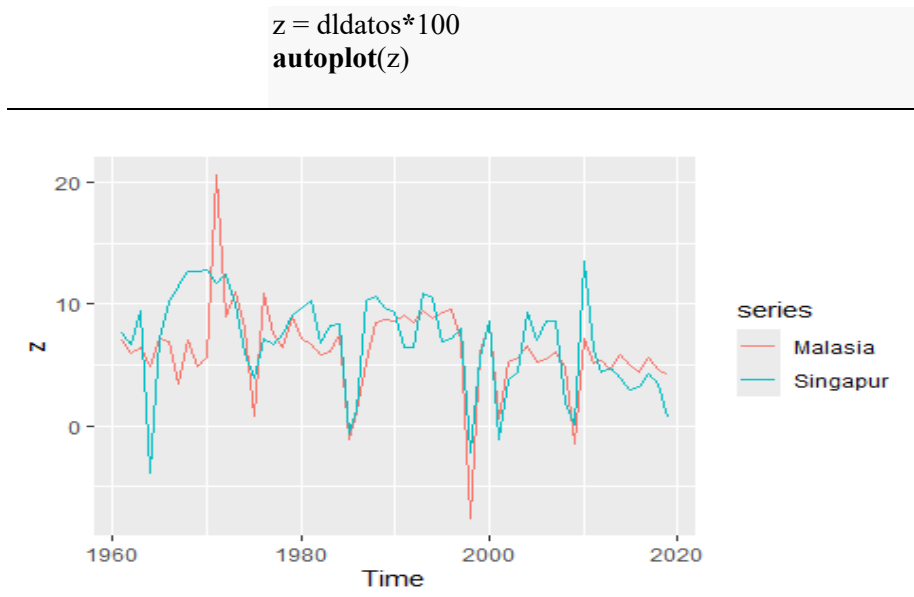


Figura 3: Tasas porcentuales de cambio del PIB de Malasia y del PIB de Singapur.

Como primer paso en nuestro estudio, se estima el orden del modelo VAR apropiado

```
VARselect(z, lag.max=5)
## $selection
## AIC(n) HQ(n) SC(n) FPE(n)
##      1      1      1      1
##
## $criteria
##           1           2           3           4           5
## AIC(n)   4.778336   4.908353   4.957376   5.018451   5.150562
## HQ(n)    4.863567   5.050403   5.156247   5.274143   5.463074
## SC(n)    4.999335   5.276683   5.473039   5.681446   5.960889
## FPE(n)  118.933621 135.560297 142.638021 152.129065 174.534409
```

A la vista de este resultado, se estima un VAR(1): **mod1**

```
mod1 = VAR(z,p=1)
summary(mod1)
##
## VAR Estimation Results:
```



```
## =====
## Endogenous variables: Malasia, Singapur
## Deterministic variables: const
## Sample size: 58
## Log Likelihood: -301.818
## Roots of the characteristic polynomial:
## 0.3126 0.07581
## Call:
## VAR(y = z, p = 1)
##
##
## Estimation results for equation Malasia:
## =====
## Malasia = Malasia.l1 + Singapur.l1 + const
##
##           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## Malasia.l1 -0.02653    0.16800  -0.158    0.875
## Singapur.l1  0.25934    0.15766   1.645    0.106
## const       4.53835    1.03959   4.366 5.64e-05 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 3.642 on 55 degrees of freedom
## Multiple R-Squared: 0.06756, Adjusted R-squared: 0.03365
## F-statistic: 1.992 on 2 and 55 DF,  p-value: 0.1461
##
## Estimation results for equation Singapur:
## =====
## Singapur = Malasia.l1 + Singapur.l1 + const
##
##           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## Malasia.l1  -0.1338     0.1775  -0.754    0.4540
## Singapur.l1  0.4150     0.1665   2.492    0.0158 *
## const       4.7847     1.0981   4.357   5.8e-05 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 3.847 on 55 degrees of freedom
## Multiple R-Squared: 0.1173, Adjusted R-squared: 0.08524
## F-statistic: 3.656 on 2 and 55 DF,  p-value: 0.03231
##
## Covariance matrix of residuals:
##           Malasia Singapur
## Malasia   13.266    8.375
## Singapur   8.375   14.801
```

```
##
## Correlation matrix of residuals:
##           Malasia Singapur
## Malasia   1.0000   0.5977
## Singapur  0.5977   1.0000
```

En este modelo, no todos los coeficientes estimados son estadísticamente significativos, por lo que eliminando estos coeficientes, se obtiene el modelo simplificado, el modelo **mod2**.

```
mod2 = restrict(mod1,method="ser")
summary(mod2)
##
## VAR Estimation Results:
## =====
## Endogenous variables: Malasia, Singapur
## Deterministic variables: const
## Sample size: 58
## Log Likelihood: -302.186
## Roots of the characteristic polynomial:
## 0.3358      0
## Call:
## VAR(y = z, p = 1)
##
##
## Estimation results for equation Malasia:
## =====
## Malasia = Singapur.l1 + const
##
##           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## Singapur.l1   0.2437     0.1214   2.008   0.0495 *
## const         4.4823     0.9686   4.628 2.23e-05 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
##
## Residual standard error: 3.61 on 56 degrees of freedom
## Multiple R-Squared: 0.7564, Adjusted R-squared: 0.7477
## F-statistic: 86.93 on 2 and 56 DF, p-value: < 2.2e-16
##
##
## Estimation results for equation Singapur:
## =====
## Singapur = Singapur.l1 + const
##
##           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## Singapur.l1   0.3358     0.1288   2.607   0.0117 *
## const         4.5020     1.0281   4.379 5.27e-05 ***
## ---
```

```
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
##
## Residual standard error: 3.832 on 56 degrees of freedom
## Multiple R-Squared: 0.7737, Adjusted R-squared: 0.7657
## F-statistic: 95.75 on 2 and 56 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Covariance matrix of residuals:
##           Malasia Singapur
## Malasia   13.272    8.406
## Singapur   8.406   14.954
##
## Correlation matrix of residuals:
##           Malasia Singapur
## Malasia    1.0000    0.5966
## Singapur    0.5966    1.0000
```

Realizada la dignósis de este modelo, el modelo *mod2* queda validado.

El modelo *mod2*, en formato matricial, presenta el siguiente aspecto:

$$\begin{pmatrix} z_{1t} \\ z_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.48 \\ 4.50 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.0 & 0.244 \\ 0.0 & 0.336 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{1,t-1} \\ z_{2,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{e}_{1,t} \\ \hat{e}_{2,t} \end{pmatrix}$$

o si se prefiere

$$\begin{aligned} z_{1,t} &= 4.48 + 0.244z_{2,t-1} + \hat{e}_{1,t} \\ z_{2,t} &= 4.50 + 0.336z_{2,t-1} + \hat{e}_{2,t} \end{aligned}$$

Siendo la matriz de varianzas-covarianzas residual estimada:

$$\hat{\Sigma}_e = \begin{pmatrix} 13.272 & 8.406 \\ 8.406 & 14.954 \end{pmatrix}$$

Al no ser esta matriz una matriz de varianzas y covarianzas residual una matriz diagonal, se estaría en el caso de la *causalidad contemporánea* de Granger, antes aludida.

Es posible contrastar con más detalle la *causalidad de Granger* con ayuda del paquete *vars*, obteniendo, para este nuestro último modelo:

```

causality(mod2, cause="Malasia")
## $Granger
##
## Granger causality H0: Malasia do not Granger-cause Singapur
##
## data:  VAR object mod2
## F-Test = 0.35104, df1 = 1, df2 = 110, p-value = 0.5547
##
##
## $Instant
##
## H0: No instantaneous causality between: Malasia and Singapur
##
## data:  VAR object mod2
## Chi-squared = 15.226, df = 1, p-value = 9.537e-05

```

y como complemento

```

causality(mod2, cause="Singapur")
## $Granger
##
## Granger causality H0: Singapur do not Granger-cause Malasia
##
## data:  VAR object mod2
## F-Test = 1.554, df1 = 1, df2 = 110, p-value = 0.2152
##
##
## $Instant
##
## H0: No instantaneous causality between: Singapur and Malasia
##
## data:  VAR object mod2
## Chi-squared = 15.226, df = 1, p-value = 9.537e-05

```

El resultado del contraste confirma la *causalidad contemporánea de Granger* pero no detecta una *causalidad unidireccional*.

V. CONCLUSIONES

1. A la vista del modelo último estimado, la serie del PIB de Malasia depende de la serie del PIB de Singapur, mientras que la serie PIB de Singapur sólo depende de su propio valor pasado.
2. Del modelo estimado cabe inferir que el conocimiento de los valores de la serie del PIB de Singapur facilita la predicción de los valores de PIB de Malasia.

3. Como la matriz de varianzas-covarianzas $\hat{\Sigma}_e$ no es una matriz diagonal, estamos ante un caso de *causalidad Granger* de carácter instantáneo o contemporáneo en *ambos sentidos*.
4. Cabe afirmar, a modo de resumen, que la economía de Singapur muestra una cierta prepotencia o iniciativa, que enfatiza que Singapur no es un barrio de Malasia.

VI. BIBLIOGRAFÍA

- Datosmacro.com. Base de datos del periódico de información económica *Expansión*.
- FRED, Federal Reserve Bank of Saint Louis. Base de datos.
- GRANGER, C.W.J., “Investigating causal relations by econometric models and crossspectral methods”, en *Econometrica*, 37 (1968) 424-438.
- HAMILTON, J. D., *Time Series Analysis*, Princeton University Press, Princeton 1994.
- HYNDMAN, R.J., y ATHANASOPOULOS, G., *Forecasting Principles and Practice*, segunda ed., OTexts, 2018.
- LÜTKEPOHL, H., *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer Verlag, New York 2007.
- LÜTKEPOHL, H., y KRÄTZIG, M. (eds.), *Applied Time Series Econometrics*, Cambridge University Press, Cambridge 2004.
- MTS, software para acompañar: TSAY, R. S., *Multivariate Time Series Analysis, with R and Financial Applications*, Wiley, Hoboken, New Jersey 2014.
- PFAFF, B. P. autor del paquete **vars** en R para el análisis de series de tiempo multiples, <https://www.pfaffikus.de>.
- SHIN, Y., *Time Series Analysis in the Social Sciences. The Fundamentals*, University of California Press, Okland 2017.
- TSAY, R. S., *Multivariate Time Series Analysis, with R and Financial Applications*, Wiley, Hoboken, New Jersey 2014.
- VARS, <https://www.pfaffikus.de>.

